

Segunda parte
La rebelión de las formas

10
La esfera protege...



Figura 10.1. Gotas de agua sobre una palmera (fotografía del autor).

El mundo está bien provisto de circunferencias, círculos, esferas, esferas de esferas... La circunferencia es el perímetro más corto que encierra una superficie plana y la esfera es la menor superficie que encierra un volumen dado. La esfera emerge con facilidad, por selección fundamental, en un mundo inerte con pocas restricciones. Por ejemplo, cuando no hay restricciones en el espacio, es decir, cuando no hay direcciones privilegiadas, cuando todas las direcciones son igualmente probables, se dice que existe isotropía. Cuanto más homogéneo e isótropo es el espacio de la realidad preexistente, más probable es la emergencia de esferas. El espacio que más cumple esas condiciones es la nada. Por eso, la emergencia de esferas es especialmente probable en realidades jóvenes, poco pobladas de fenómenos y de objetos preexistentes.

Lo sabe bien un astronauta cuando vierte el agua de una botella en condiciones de ingravidez (la gravedad rompe la simetría); lo sabe bien el que contempla las gotas de rocío o las gotas de agua sobre una hoja de palmera después de la lluvia (figura 10.1), lo sabe bien el geólogo que contempla la redondez de una bomba volcánica y se imagina la masa de lava ardiente escupida por un volcán enfriándose durante el breve intervalo de condiciones de isotropía de la caída; lo sabe bien un submarinista que espira burbujas bajo el mar y el que tira una piedra a un estanque de aguas tranquilas; lo sabe bien el que fabrica perdigones dejando caer gotas de plomo líquido en el vacío, o el visitante de nuestra exposición de las formas en el museo cuando, pisando un pedal, observa el nacimiento de enormes burbujas (figura 10.2), también lo sabe el físico que estudia el nacimiento de estrellas y planetas... Todos estos sencillos experimentos muestran con qué alta probabilidad la selección fundamental permite la generación de simetrías circulares. La sensación de inteligibilidad es intensa cuando se piensa que el mismo *cómo* se aplica a la esfera de un gigantesco y viejo planeta como Júpiter orbitando en torno al Sol y a la esfera de una modesta burbuja ascendiendo según la vertical en una copa de cava.

El ámbar es resina fósil, un bellísimo material, transparente y dorado, capaz de atrapar el pasado. Entre otras cosas, y para deleite de los paleontólogos, es capaz de conservar insectos y fragmentos vegetales durante millones de años. Pero no sólo eso. También es capaz de convertir en semieternos objetos tan frágiles y efímeros como gotas

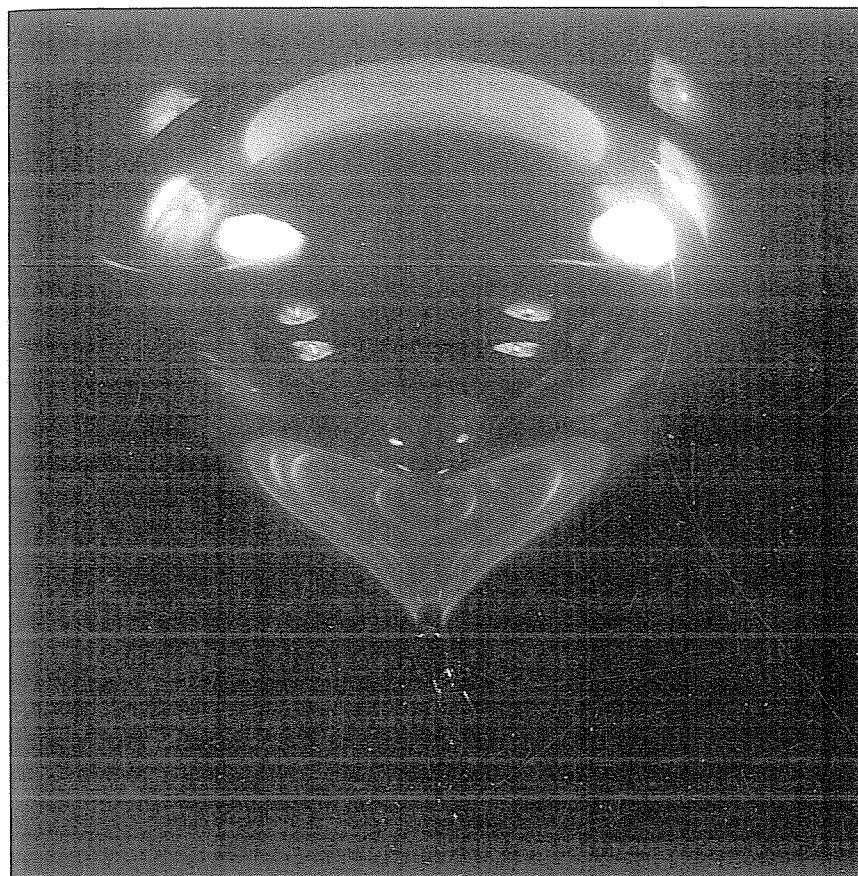


Figura 10.2. Burbuja de aire en el agua. La forma esférica se adopta por selección fundamental. Es la mínima superficie que encierra un volumen (colección MCFLC, fotografía de Sergio Parra).

de agua en el aire y burbujas de gas en el aire. Las termitas, por ejemplo, generan una gran variedad de burbujas esféricas. Poco después de quedar atrapadas por la resina mueren por asfixia. Y a veces, como en la figura 10.3, la presión sobre el cuerpo del insecto hace visible para siempre el último suspiro a modo de una gota de aire (en resina) señalando la posición exacta de cada espiráculo. Los microorganismos que ayudan a que las termitas puedan digerir la madera tardan bastante más en morir y sus restos están aún presentes en los líquidos y gases de descomposición del individuo.

—¿Por qué no te llevas una pieza del museo y los estudias? —le propuse a Lynn Margulis durante una cena en Barcelona—. ¿Por qué no vas ahora mismo a buscarla? Yo te espero para el segundo plato... [47]

En la misma pieza puede observarse algo muy frecuente en termitas presas en ámbar: el gas atrapado dentro de una burbuja esférica se mueve dentro del líquido atrapado dentro del cuerpo de la obrera atrapada en la resina. La esfera de gotas y burbujas es la forma de objetos inertes más frecuente dentro de las piezas de ámbar.

Éstos son casos de simetría por omisión, pero también hay muchos casos de isotropía por acción. Es cuando la isotropía no se debe a la ausencia de asimetrías, sino cuando éstas son tantas y tan bien repartidas que hacen que la globalidad vuelva a ser de nuevo isótropa. Basta

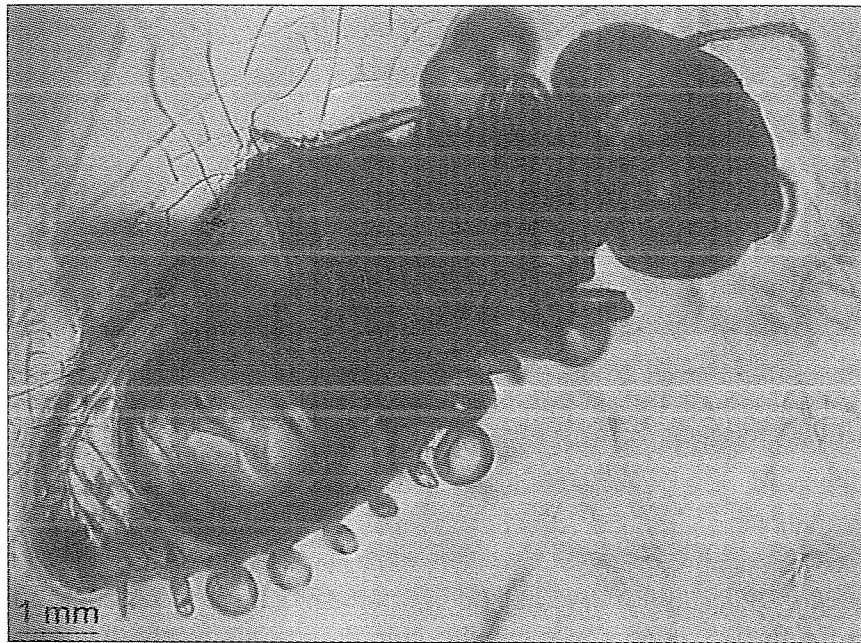


Figura 10.3. Termita *Electrodomenicus mastotermes* atrapada en ámbar dominicano (Mioceno). Una pequeña burbuja de aire señala la posición de cada individuo en lo que bien podría llamarse el «último suspiro». Además, una burbuja de gas se mueve en el líquido de descomposición atrapado dentro del cuerpo del animal. Otras esferas de la pieza corresponden a gotas de agua o a burbujas de aire (colección MCFLC, fotografía del autor).

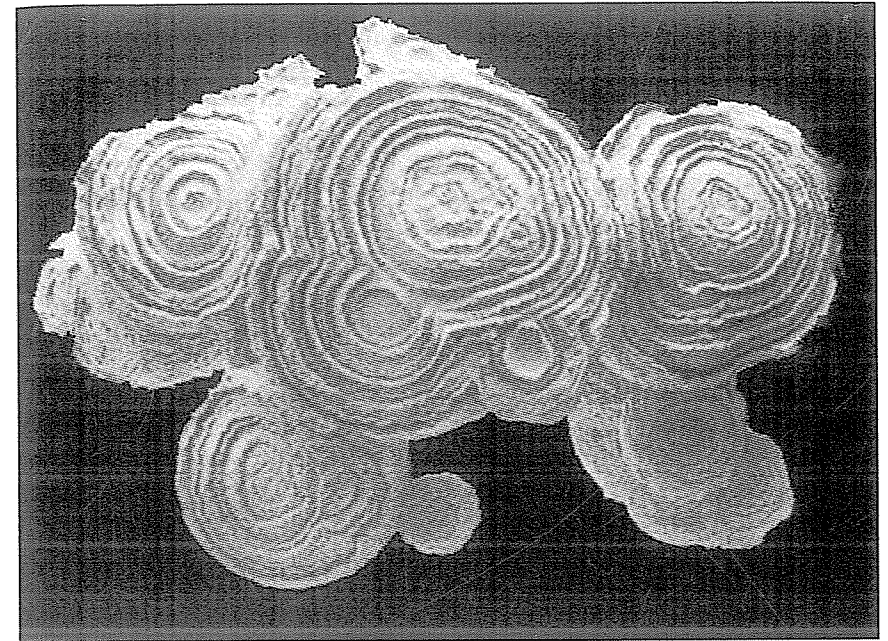


Figura 10.4. Oncolitos (¿?) de un desierto de Marruecos. La simetría esférica corresponde a un crecimiento isótropo de microorganismos sobre cantos rodados en capas sucesivas (colección MCFLC, fotografía del autor).

observar los cantos rodados de un río. La simetría circular no es tan rigurosa y universal como en las burbujas o los astros celestes, pero es sin duda la forma más probable (véase, antes, la figura 8.4b). Estas piedras han rodado tanto desgastándose las unas contra las otras en tantas direcciones diferentes sin privilegiar ninguna que, tras un tiempo largo, y el tiempo geológico sin duda lo es, la isotropía de las asimetrías es notable. Más espectacular aún es observar arena vieja en el microscopio. Los geólogos usan precisamente el grado de redondez de los granos para hacerse una idea de la edad de la arena.

En algunos casos el proceso se invierte y una forma esférica genera isotropía que, a su vez, da lugar a nuevas simetrías esféricas. Es el caso de los llamados oncolitos. Todo empieza con un canto rodado redondo sobre el que crecen microorganismos. La isotropía procede del hecho de que el canto rodado rueda. Rueda en cualquier dirección y, con el tiempo, acaba rodando en todas direcciones por igual. El resultado son

Figura 10.5. La esfericidad de estrellas y planetas. Tránsito de Venus por delante del Sol, el día 8 de junio de 2004, desde la terraza del Museu de la Ciència (fotografía del autor).

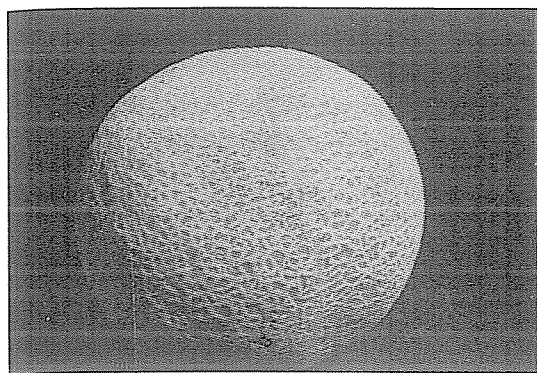
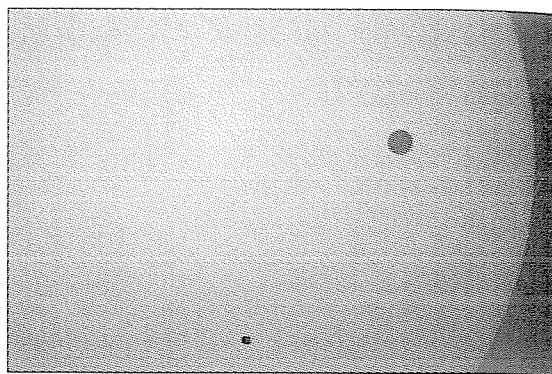


Figura 10.6. Melón (fotografía del autor).

Figura 10.7. Selección de esferas limitada a 15 minutos en el mercado Galvany de Barcelona. La esfera es la forma más probable de frutos y semillas (fotografía del autor).

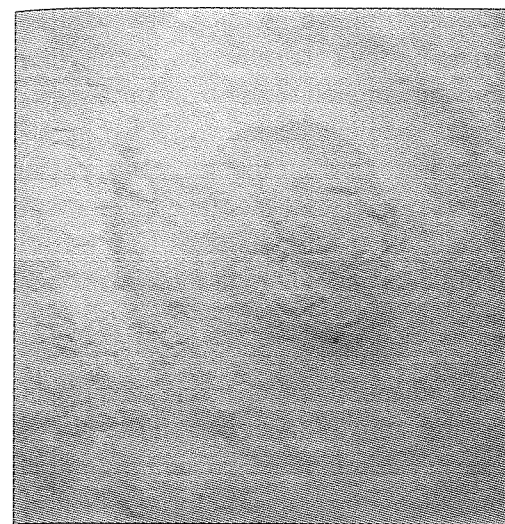
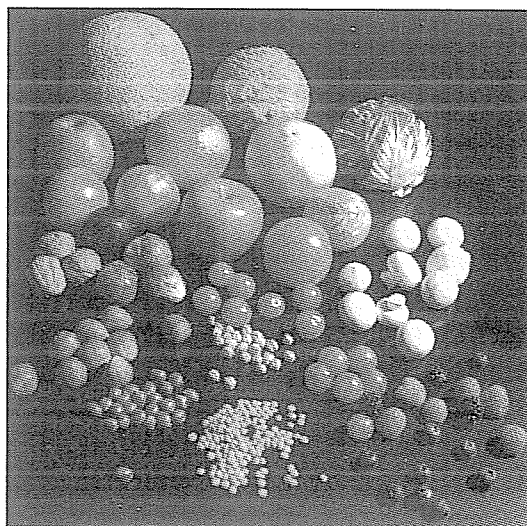


Figura 10.8. Medusoide fósil (Wisconsin, Estados Unidos) del tránsito del Precámbrico al Cámbrico (570 millones de años de antigüedad). Los primeros animales vivían en el agua en condiciones de isotropía. Estaban fijos o iban a la deriva. La movilidad rompe la isotropía con una dirección privilegiada: la del movimiento. Y así surge la simetría bilateral (colección MCFLC, fotografía del autor).

unas estructuras de capas esféricas concéntricas con un guijarro redondo en el centro de cada simetría. En un viaje a un desierto de Marruecos encontramos muchas formaciones en el cauce de un río antiguo que parecían oncolitos (figura 10.4). Lynn Margulis es una antigua y fiel amiga del museo que, de vez en cuando, se entusiasma con alguna pieza y nos ayuda a estudiarla. En una ocasión, una pieza de ámbar del museo, con inclusiones de termitas y de burbujas de gases de la descomposición, dio lugar a una interesante investigación interdisciplinar [47]. Una exposición es una actividad científica como otra y no hay actividad científica bien hecha que, tarde o temprano, no sugiera una investigación. El presunto oncolito está en plena investigación desde hace años. Lynn ha enviado muestras a todos sus amigos geólogos. Todavía no tenemos pruebas concluyentes para identificar la pieza. La duda está entre un origen orgánico (oncolito) o un origen puramente geológico. Un museo puede exhibir su ignorancia, siempre provisional, sin problemas. Algún día conoceremos el mecanismo concreto. De momento estamos ante un caso más de simetría esférica debida a alguna clase de isotropía por selección fundamental.

Lo dicho, la esfera emerge con facilidad en el mundo inerte. Es la forma más simétrica y es especialmente estable en ambientes isótropos, homogéneos, simétricos... En tales condiciones la selección fun-

damental la favorece, de modo que el mundo inerte se llena de esas formas tan perfectas. Es el turno de la siguiente selección, la selección natural. En efecto, la simetría circular también se prodiga con insistencia en el mundo vivo: las frutas, las semillas, los huevos, los primeros animales como los erizos, las medusas, ciertas esponjas... Basta plantarse delante de un puesto de frutas de un mercado cualquiera, para convencerse de la superioridad de la esfera (figuras 10.5, 10.6 y 10.7) en materia de frutas y semillas. Sin embargo, ahora la función no es la estabilidad.

Lo que se produce en un volumen interior (calor, materia, información, etcétera) sale al exterior atravesando una superficie (o, inversamente, lo que entra desde el exterior atraviesa una superficie para repartirse por un volumen interior). Si esa superficie frontera es mínima (la esfera), entonces el flujo entre el interior y el exterior se ralentiza. Es el efecto contrario de un radiador doméstico encargado de calentar una habitación lo más rápidamente posible. Este detalle termodinámico se convierte así en una función que hace que muchas esferas vivas sean comprensibles. Pero no es el único.

Para empezar, hablemos de animales, de animales del principio de la animalidad. Todo empezó en el agua. Y en el agua, donde la asimetría de la gravedad suele anularse con el empuje de Arquímedes, y donde la absorción y la difusión amortiguan la de la luz, triunfa la simetría circular. Es el caso de los antiquísimos medusoides (figura 10.8). La isotropía se aplica muy especialmente para los animales fijos en una posición del espacio o que vagan a la deriva. En ambos casos, el acto de alimentarse es un episodio casual. El animal come simplemente cuando la partícula alimenticia resulta que choca con él. Todo va bien mientras haya suficientes partículas nutritivas vagando en el entorno inmediato. Pero si la incertidumbre del alimento aumenta, lo vivo entra en crisis. Un salto importante para vencer esta crisis se da con la movilidad (capacidad para cambiar de entorno en nuestra ley general del cambio). Con ella, el animal en cuestión pasa a tomar la iniciativa y si la partícula alimenticia no tiene a bien chocar con él, entonces el animal va ¡y se mueve en dirección a la partícula! Pero atención. Se acaba de romper la isotropía porque acaba de aparecer una dirección privilegiada, la del movimiento. Surge entonces la máxima simetría posible (la máxima esfericidad posible, si se quiere) teniendo

en cuenta que predomina una dirección particular. Es la simetría bilateral. Aparece ya en los erizos, que incrementan su movilidad cuando la boca (orificio inferior) tiende a la parte delantera al tiempo que el ano (orificio superior) tiende a la parte trasera. Este tipo de simetría de los animales «automóviles» ya no se perderá nunca más (en su aspecto básico) en la lenta pero tremenda escalada que el reino animal vivirá a través de los sucesivos logros de independencia. Digamos de paso que la movilidad necesita anticipación, por lo que una independencia puede generar otras independencias que la selección natural puede continuar bendiciendo. Para moverse hay que percibir el mundo exterior, interpretarlo y coordinar luego las decisiones motoras. Los animales con simetría circular, los animales con poca o ninguna movilidad perciben poco o nada y no tienen cerebro. Ni falta que les hace... Los animales con simetría bilateral, en cambio, inician la carrera de la inteligencia con entusiasmo. Es la capacidad estrella para anticipar la incertidumbre, la que llevará hasta la noción misma de conocimiento y, haciendo volar el comentario, hasta la noción misma de conocimiento científico, la forma de conocimiento que se propone, por oficio, anticipar la incertidumbre del medio.

Pero volvamos a las formas. Moverse en el aire o en el agua a según qué velocidades favorece las formas que generen menos turbulencias en el medio (las que menos contribuyan a generar incertidumbre en el medio). Emergen así otras formas de simetría bilateral derivadas de la esfera, como son las célebres formas aerodinámicas (o, más propiamente, fluido-dinámicas), las de tantos peces y pájaros. No así los insectos, que se desplazan a velocidades mucho menores. Algunos insectos incluso generan turbulencias para usarlas como método de vuelo. La selección natural distorsiona la frecuencia de esferas cuando las favorece en el mundo vivo.

Otro caso notable es el del ojo de los animales. El ojo es una parte muy importante del ser vivo. Sirve para captar información del entorno, y ello, a su vez, es imprescindible para anticipar la incertidumbre. La selección natural ha favorecido diferentes ojos esféricos: los de los vertebrados (un gato), moluscos (el pulpo), artrópodos (araña) e insectos (hormiga). En los vertebrados el globo ocular es eso, un globo, una esfera, el iris un círculo, dentro del cual hay otro círculo, la pupila... No sabemos bien cuántas veces ha intervenido la selección natural para

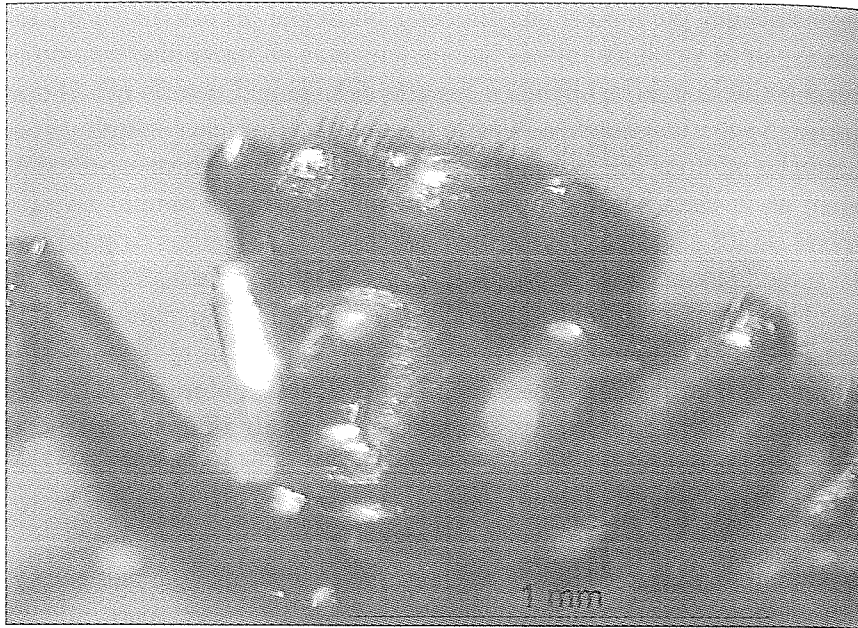


Figura 10.9. Ojos de una araña atrapada en ámbar dominicano (colección MCFLC, fotografía del autor).

reinventar la simetría circular del ojo. La isotropía de la simetría circular del ojo funciona de maravilla a la hora de escrutar la incertidumbre del paisaje. El caso de las arañas es más curioso: tienen cinco o más ojos y, a pesar de ello, no muy buena vista (figura 10.9). Tampoco es casualidad que la primera idea base para el ratón de ordenador fuese una esfera.

La copa de los árboles (el penacho de ramas y hojas) es también una parte trascendente de un individuo vivo. Un árbol en un entorno con luz suficiente e isotropa (en una latitud no lejana de los trópicos y sin sombra de otros vecinos) encuentra en la forma esférica un excelente captador de luz. Por eso en los trópicos domina esa forma para la copa de los árboles. Nótese algo curioso. Cuando dos árboles en esta situación están demasiado cerca el uno del otro, crecen de manera que tienden a construir, juntos, una sola copa esférica (véase la figura 10.10). Si se trata de una selva tropical con mucha competencia, entonces la simetría circular más favorable tiende al círculo. Para una luz

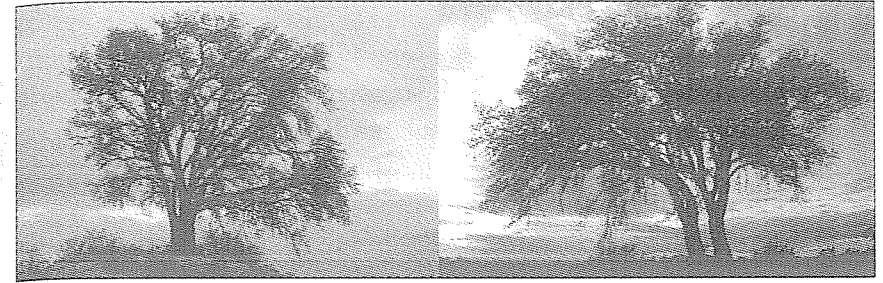


Figura 10.10. Una misma encina vista desde dos ángulos diferentes: dos árboles demasiado próximos tienden a compartir una sola copa de simetría esférica (Calaceite, Teruel, fotografía del autor).

muy vertical y con competidores a los lados, lo más eficaz es una copa tipo boina. Para una luz muy oblicua, como ocurre en latitudes más próximas a los polos, la simetría circular se distorsiona y aparece una forma que capta mejor la luz por término medio: el cono. Es un nuevo estilo de copa de árbol que da nombre a una gran familia, las coníferas.

Ahora hablemos de huevos. Todos los animales empiezan su vida desde el concepto «huevo». Durante los primeros cientos de millones de años, el entorno natural de los huevos fue el agua (o sea, un medio con buena isotropía ambiental). Centremos nuestra atención en los huevos que, todavía hoy, se desarrollan en el agua, como los huevos de peces o los de las tortugas acuáticas. Su forma es la de una esfera casi perfecta. La esfera ya es altamente probable en el mundo inerte pero ¿por qué favorece la selección natural su permanencia? Si admitimos que la selección natural favorece todo aquello que mejora la independencia del objeto vivo, entonces digamos que la esfera ofrece como mínimo dos ventajas. Ya han asomado hace unas páginas. Por un lado, la esfera es la forma más difícil de morder por unas fauces cuyo diámetro sea comparable al de la esfera. No hay donde agarrarse bien. Sólo por eso el huevo esférico se libra de un buen número de enemigos (se independiza). Y no es poca ventaja si tenemos en cuenta la cantidad de comehuevos que rondan por todos los paisajes.

La redondez es, además, la mejor protección de todos los que tienen dificultades para huir ante una súbita amenaza (una alternativa a la movilidad). El escarabajo que entra en el hormiguero para robar inmaduros (la historia del «tuya-mía» relatada en el capítulo anterior) es,

para desesperación de los soldados, una semiesfera perfecta sobre la que resbala cualquier intento de recuperar la presa. Animales no esféricos con la misma dificultad para poner tierra de por medio adoptan la simetría circular cuando se ven en peligro. Es el caso de ciempiés, armadillos o erizos terrestres. La esfera es la referencia de todo caparazón rígido y la tendencia de toda protección articulada.

La otra ventaja de la esfera es la de ralentizar el intercambio de energías y materiales. Ya hemos comentado que es el huevo el que calienta a la gallina y que la esfericidad del huevo cumple, por forma, la misma función que la gallina, perder el calor despacio. Es también el sentido del concepto «acurrucarse». Pero la selección natural no tiene por qué detenerse en la esfera. Echemos un vistazo a las distorsiones posteriores más probables. En el agua todos los huevos son esféricos. Sin embargo, fuera del agua el entorno cambia. Cambia su incertidumbre y la nueva incertidumbre puede presionar para que la selección natural favorezca variaciones hacia otras formas. En efecto, fuera del agua, la madre puede tener más problemas de lubricación para expulsar el huevo y, sobre todo, fuera del agua el huevo puede rodar fácil y fatalmente fuera del nido. Es una desventaja (en otros casos, como la del escarabajo pelotero, claramente ventaja) de la esfera. La esfera sólo tiene un punto de contacto con una superficie plana. Allí se aplica el peso del huevo, y respecto de ese punto la esfera rueda fácilmente sin deslizarse. Tal es el inconveniente, la esfera rueda. Digamos que todos los huevos esféricos de un nido construido en un acantilado ya han tenido ocasión de estrellarse contra las rocas y no han dejado descendencia para contarlos. En cambio, cualquier distorsión desde el huevo esférico hacia el huevo de forma *ovoide* puede suponer una ganancia de independencia respecto de este tipo de accidentes. Un huevo ovoide ya no rueda en las infinitas direcciones posibles como lo hace una esfera, sino sólo en una, la perpendicular al eje de simetría. Pasar de infinito a uno es una mejora significativa...

Con el intercambio de materiales, como el agua, ocurre algo muy similar. En el desierto, por ejemplo, es muy importante conservar y administrar el agua al máximo. Por ello muchas especies de cacto tienden a la forma esférica, la forma que más retarda la pérdida del precioso elemento. El cacto ya reduce la superficie de las hojas hasta convertirlas en espinas (volveremos sobre este caso a propósito de otra

forma simple emergente), y la tendencia de la planta a la esfericidad se explica con la misma idea. A veces se llega a situaciones de verdadera esquizofrenia de la forma porque, por un lado, la esfera interesa para no perder agua, pero, por otro, lo que interesa es la máxima superficie, por ejemplo para aprovechar al máximo los raros veinte minutos de lluvia que hay en todo el año. De nuevo la selección natural favorece un compromiso, como el que representa una forma esférica que minimiza la superficie recorrida por una profusión de contradictorios entrantes y salientes que tienden a maximizarla. Con algunos corales, como los caribeños corales cerebro, ocurre algo parecido aunque por otras razones. Algunos cactus no esféricos tienden a recuperar la forma de la esfera al agruparse en colonias. Es un caso de ganancia de independencia por asociación, porque aquí la protección contra la pérdida de agua o contra el exceso de insolación se consigue para el concepto «colonia». La emergencia de una nueva individualidad asoma por el horizonte. La arquitectura animal exhibe una gran profusión de simetrías circulares. Piénsese en el concepto «nido», ya sea un nido de pájaros o un nido de dinosaurios o en la entrada-salida de nidos y madrigueras. En el mundo vivo y en el mundo inteligente los agujeros suelen ser redondos.

A veces, la esfera escala los niveles jerárquicos y una población de esferas se reúne para dar lugar a una esfera mayor. Ocurre en el mundo inerte, en ciertas concreciones minerales, y también en diferentes y variadas situaciones del mundo vivo. Las arañas, por ejemplo, no sólo hacen huevos redondos, sino paquetes redondos de huevos redondos. El paquete de huevos es redondo por la misma razón que son redondos los huevos (figura 10.11). Algo muy similar ocurre con ciertos nódulos de marcasita (figura 10.12), ciertos frutos como moras y fram-buesas (figura 10.13) y ciertas colonias esféricas de cactus esféricos.

En el mundo inteligente, la circunferencia, el círculo y la esfera también triunfan con claridad indiscutible. Sin embargo, la función que consagra la esfera no es tanto la protección. La arquitectura es un reductor animal de la incertidumbre ambiental. Se trata del término tecnología: cambiar el entorno para amortiguar las fluctuaciones de su incertidumbre. El llamado aire acondicionado se sitúa casi en el límite de esta idea: mantener dentro la temperatura constante, cualesquiera que sean los caprichos de la temperatura exterior. No hay duda. Una vi-

vienda amortigua las fluctuaciones de la meteorología. Bien pensado, cuanto más duras sean las condiciones exteriores de temperatura, por ejemplo, más apropiada sería la forma esférica (o parte de ella), ya que en un caso se trataría de no dejar escapar el calor interior (en el Ártico) y en el otro de no dejar que entre (en el desierto). Los iglúes de los esquimales se ajustan a la idea, pero extraña que la arquitectura popular del desierto o la tradicional mediterránea en particular y la arquitectura en general (siempre se trata de independizar el interior del exterior) prefiera usar las líneas rectas, salvo en solemnes cúpulas de iglesias, mezquitas y palacios y demás gestos en honor de la gloria humana. La omnipresencia de lo horizontal y vertical en la superficie del planeta, algún sentido no muy claro de lo racional, una noción sobria de la estética y una fuerte herencia euclídea, han impuesto la línea recta y el ángulo recto durante milenios. Las puertas y ventanas no son redondas como en la, digamos, naturaleza natural, sino rectangulares y en torno a la llamada proporción áurea. Corresponde a los arquitectos hacerse la pregunta: ¿no es demasiada línea recta en una naturaleza donde ésta destaca por su ausencia? Gaudí fue un arquitecto genial que se asoma aquí ahora por primera vez, pero cuya obra vamos a consultar a partir de ahora en cada una de las formas que proponemos. Tuvo, como veremos, una fuerte intuición científica a la hora de seleccionar las formas para su arquitectura.

Si la esfera triunfa en el mundo culto, no es tanto por la función protectora como por otra ventaja antes considerada como desventaja (el huevo fugándose del nido). La simetría circular ofrece interesantes alternativas de movimiento, de rotación de una figura en torno de un punto o de un eje. La circunferencia (el círculo, la esfera) rueda. Rueda sin deslizar para desplazarse, como la rueda de un carro, de un patinete, de una bicicleta, o rueda en torno de un eje fijo, como una noria o una turbina, como todo aquello que interesa que se mueva pero que no se pierda de vista. La simetría circular inteligente triunfa por rotación generando superficies de revolución. La idea del torno se inicia con la cerámica y acaba fabricando toda clase de piezas. Cualquier máquina de cualquier momento de la historia de la tecnología está repleta de circunferencias, discos y esferas y, en general, de piezas torneadas, piezas de simetría circular. Desmontemos, por ejemplo, un automóvil en todas y cada una de sus piezas. Y tomemos nota de todas las piezas

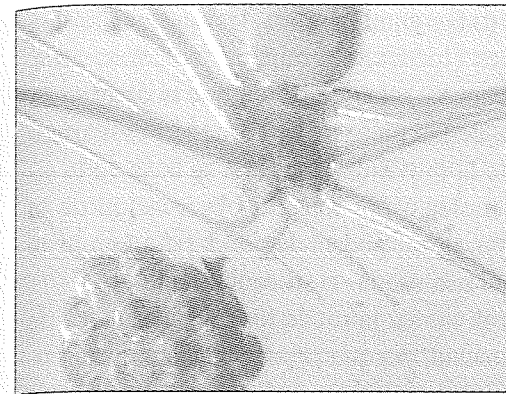


Figura 10.11. Paquete de huevos de araña en ámbar atrapado en el Mioceno, 20 millones de años (República Dominicana). Todos los huevos son esféricos o de origen esférico. En muchos casos similares, la selección natural favorece una esfera de esferas, un paquete esférico de huevos esféricos (colección MCFLC, fotografía del autor).

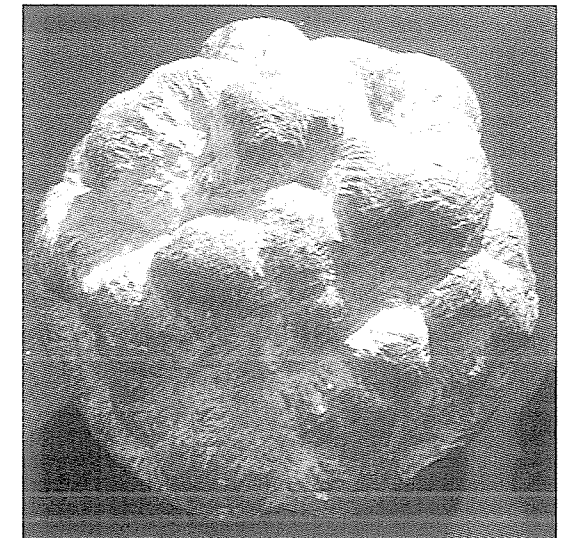


Figura 10.12. Nódulos de marcasita (Estados Unidos). Una esfera de esferas por selección fundamental (colección MCFLC, fotografía del autor).



Figura 10.13. Mora y frambuesa (fotografía del autor).

con simetría circular, es decir, todas aquellas para las que existe una rotación que las deja invariantes (ruedas, engranajes, volantes, aros, arandelas, tornillos, cilindros, conos...). Lo cierto es que acabaríamos mucho antes si tomáramos nota de las piezas que no tienen esta simetría. No hay duda, el progreso de la movilidad humana se basa en la simetría circular. Un arquitecto, molesto por nuestra observación de la escasez de líneas rectas en la naturaleza, podría demandar aquí en justa venganza: ¿y qué planta o animal usa ruedas o su equivalente?

Pero ¿por qué no descubrieron nunca la rueda los incas? La idea de la rueda la tenían, con toda seguridad, porque producían cuentas circulares con un orificio perfecto en su centro para collares. Su tecnología para perforar con dos fresas cónicas por las caras opuestas era muy sofisticada. Obsérvese si no la extraordinaria colección privada de Ernesto Leichtenshneider (búsquesele en Lima, Perú). Hay trabajos que hoy son impensables sin la ayuda de la combinación de un láser y una computadora. ¿Cuántas cuentas se escapaban cada día rodando por el suelo del taller de uno de estos antiguos bisutereros? ¿Es posible que tantos indios geniales se resistieran ante una pista tan insistente sobre la definitiva aplicación de la simetría circular? Quizá nunca sepamos la respuesta, quizás hace falta más poder de abstracción del que pensamos para ver rodar una cuenta de collar y correr luego a casa del herrero para proponerle una revolución. Quizá, después de todo, la rueda no fuera tan útil en aquellos terrenos escarpados... Parece, eso sí, un buen misterio de la selección cultural.

En el mundo de la imaginación humana, la simetría circular es una metáfora en sí misma, un símbolo de la perfección, incluso de la divinidad. Estos fragmentos de «La esfera de Pascal», en *Otras inquisiciones* de Borges (1952), son una buena muestra:

«Seis siglos antes de la era cristiana, el rapsoda Jenófanes de Colofón, hartado de los versos homéricos que recitaba de ciudad en ciudad, fustigó a los poetas que atribuyeron rasgos antropomórficos a los dioses y propuso a los griegos un solo Dios, que era una esfera eterna. En el *Timeo*, de Platón, se lee que la esfera es la figura más perfecta y más uniforme, porque todos los puntos de la superficie equidistan del centro; Olof Gígon (*Ursprung der griechischen Philosophie*, 183) entiende que Jenófanes habló analógicamente; el

Dios era esferoide, porque esa forma es la mejor, o la menos mala, para representar la divinidad. Parménides, cuarenta años después, repitió la imagen (“el Ser es semejante a la masa de una esfera bien redondeada, cuya fuerza es constante desde el centro en cualquier dirección”); Calogero y Mondolfo razonan que intuyó una esfera infinita, o infinitamente creciente, y que las palabras que acabo de transcribir tienen un sentido dinámico (Albertelli: *Gli Eleati*, 148). Parménides enseñó en Italia; a pocos años de su muerte, el siciliano Empédocles de Agrigento urdió una laboriosa cosmogonía; hay una etapa en que las partículas de tierra, de agua, de aire y de fuego, integran una esfera sin fin, “el *Sphairos* redondo, que exulta en su soledad circular”.

»(...)

»“Un Aristóteles no fue sino los escombros de Adán, y Atenas, los rudimentos del Paraíso”. En aquel siglo desanimado, el espacio absoluto que inspiró los hexámetros de Lucrecio, el espacio absoluto que había sido una liberación para Bruno, fue un laberinto y un abismo para Pascal. Éste aborrecía el universo y hubiera querido adorar a Dios, pero Dios, para él, era menos real que el aborrecido universo. Deploró que no hablara el firmamento, comparó nuestra vida con la de naufragos en una isla desierta. Sintió el peso incesante del mundo físico, sintió vértigo, miedo y soledad, y los puso en otras palabras: “La naturaleza es una esfera infinita, cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna”. Así publica Brunschvicg el texto, pero la edición crítica de Tourneur (París, 1941), que reproduce las tachaduras y vacilaciones del manuscrito, revela que Pascal empezó a escribir *effroyable*: “Una esfera espantosa, cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna”».

La simetría circular está tan presente en el arte, que casi no diremos nada. Sólo unas pinceladas. El 23 de noviembre de 1999 se inauguró en el Centro de Cultura Contemporánea de Barcelona la exposición *Cosmos. Del Romanticismo a la vanguardia 1801-2001*. Los organizadores resumían así sus intenciones: «Percibir el Cosmos, estudiarlo, cuestionar cuáles son sus límites... han sido aspectos fundamentales tratados por las artes, la ciencia y la historia de las ideas de los úl-

timos dos siglos». Vale la pena recorrer el catálogo que ha quedado de esta muestra extraordinaria, [48] porque circunferencias, discos y esferas destacan claramente sobre las demás formas en las distintas pinturas, esculturas, fotografías y montajes.

No es difícil tropezarse con esferas de selección cultural. La imagen 10.14 está tomada a poco más de cien metros de mi mesa de trabajo. Como puede apreciarse, existe una línea de observación según la cual se observa la cúpula esférica del Observatorio Fabra amaneciendo por detrás de la cúpula esférica del planetario.

Maurits Cornelius Escher es un artista de fuertes intuiciones científicas. Su interés para *deformar* la realidad euclídea en una realidad de simetría esférica es una de las constantes de su obra. Contémplese, asimismo, la evolución de la obra de Muixart en los últimos tiempos. Recuérdese la Galatea de las esferas de Dalí y otros estudios en los que la esfera es el elemento de construcción (figuras 10.14, 10.15, 10.16 y 10.17). Visítese el Parque Güell de Antoni Gaudí, donde una formación de esferas de piedra da la bienvenida al visitante... o los bellos e inteligentes espectáculos de Pep Bou con burbujas de jabón (figura 10.18).

Veamos un último ejemplo. Existen objetos que se pueden encontrar en las tiendas de regalos y recuerdos de todo el mundo. Como esas cucharillas de café con el escudo de la ciudad o del paisaje del lugar.

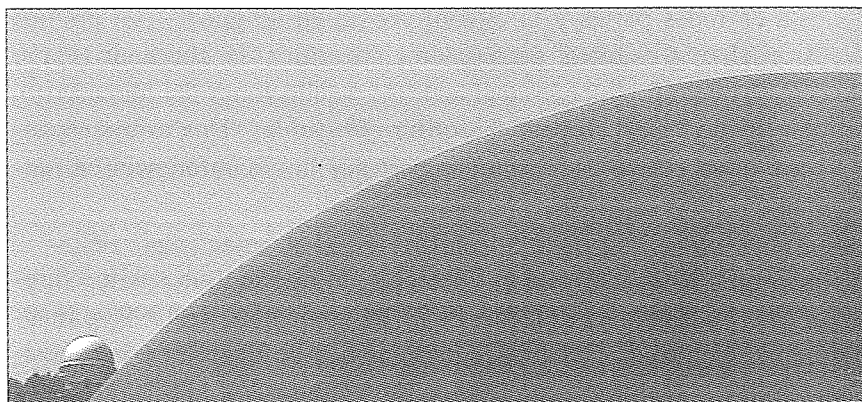


Figura 10.14. La cúpula esférica del Observatorio Fabra amaneciendo por detrás de la cúpula esférica del planetario. Esferas por selección cultural (fotografía del autor).

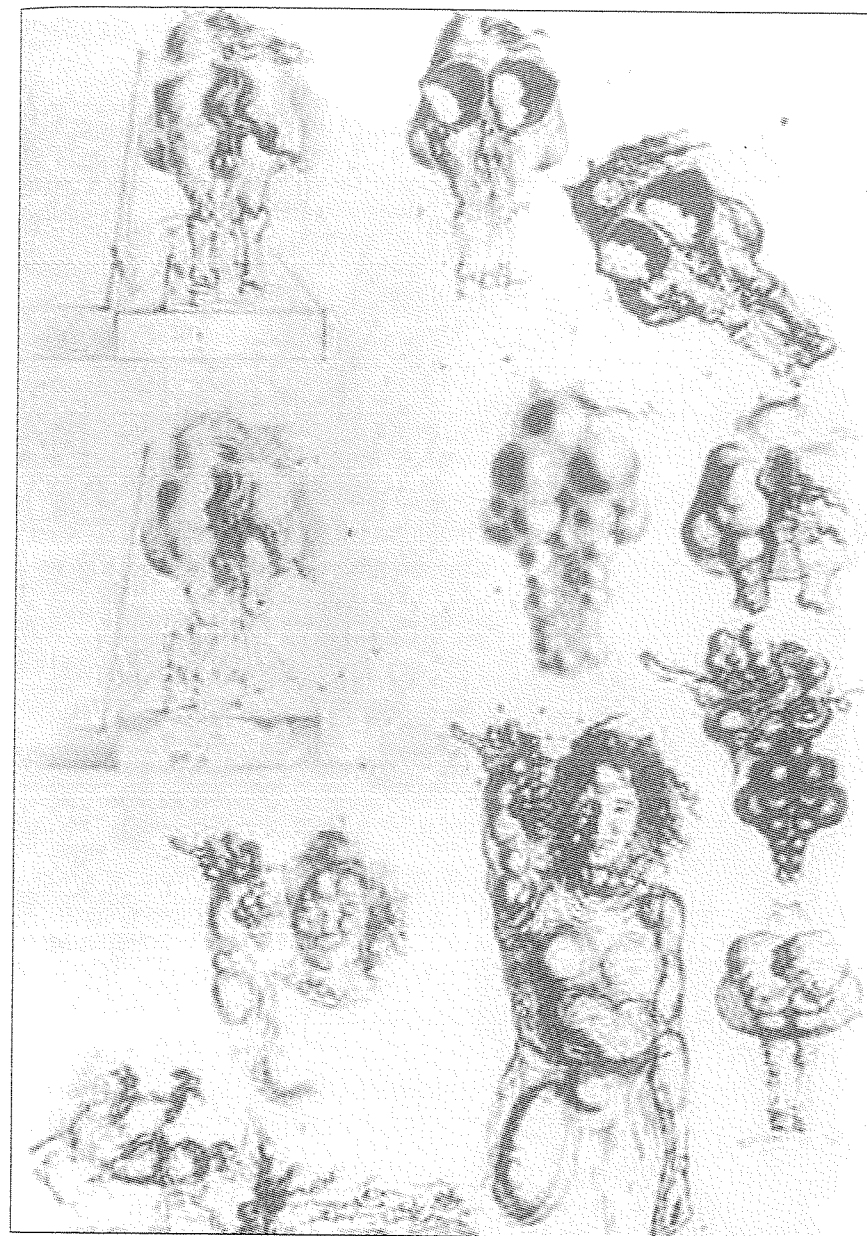


Figura 10.15. Dalí estudió la esfera como elemento generador de formas. Salvador Dalí, *Étude pour les environs de la ville paranoïaque-critique*, 1935. Tinta y lápiz sobre papel.

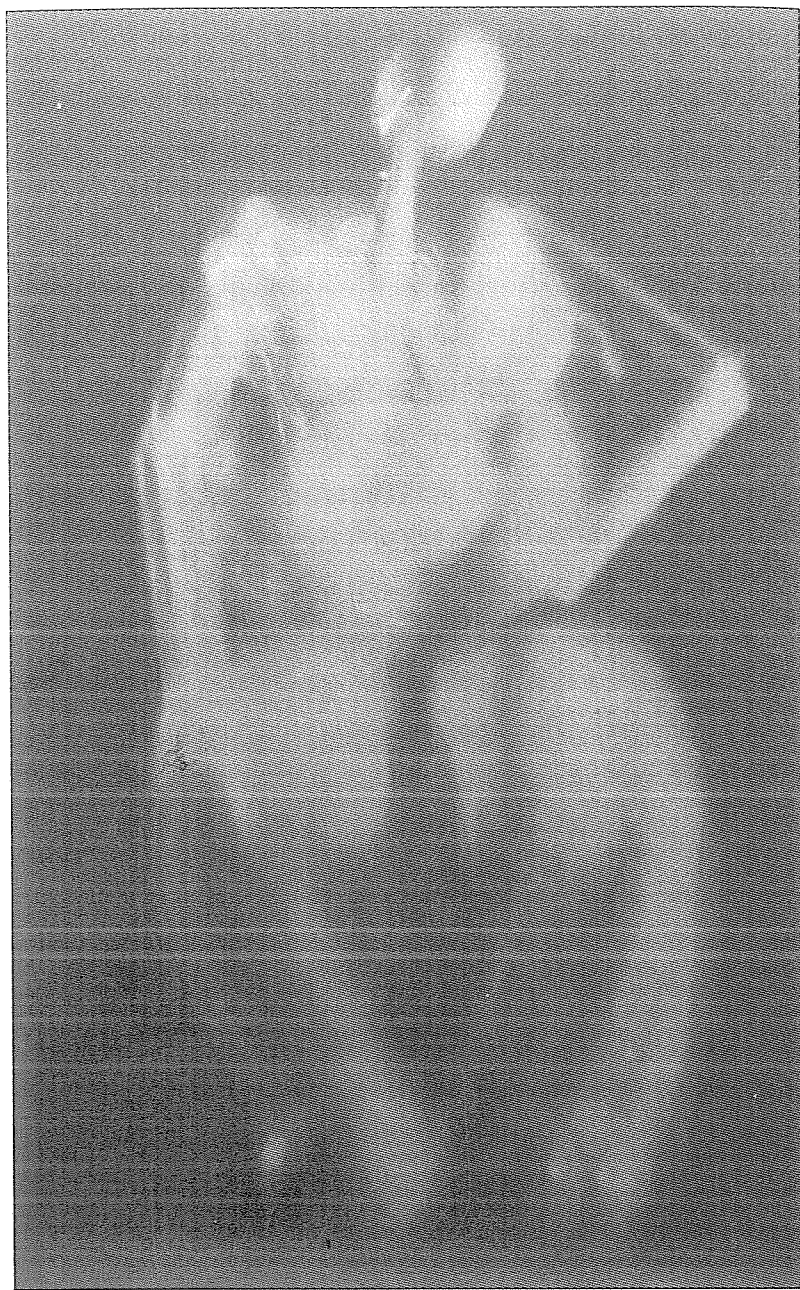


Figura 10.16. Dalí se mueve ante el obturador abierto de la cámara del fotógrafo con una esfera en la mano e inventa una figura.

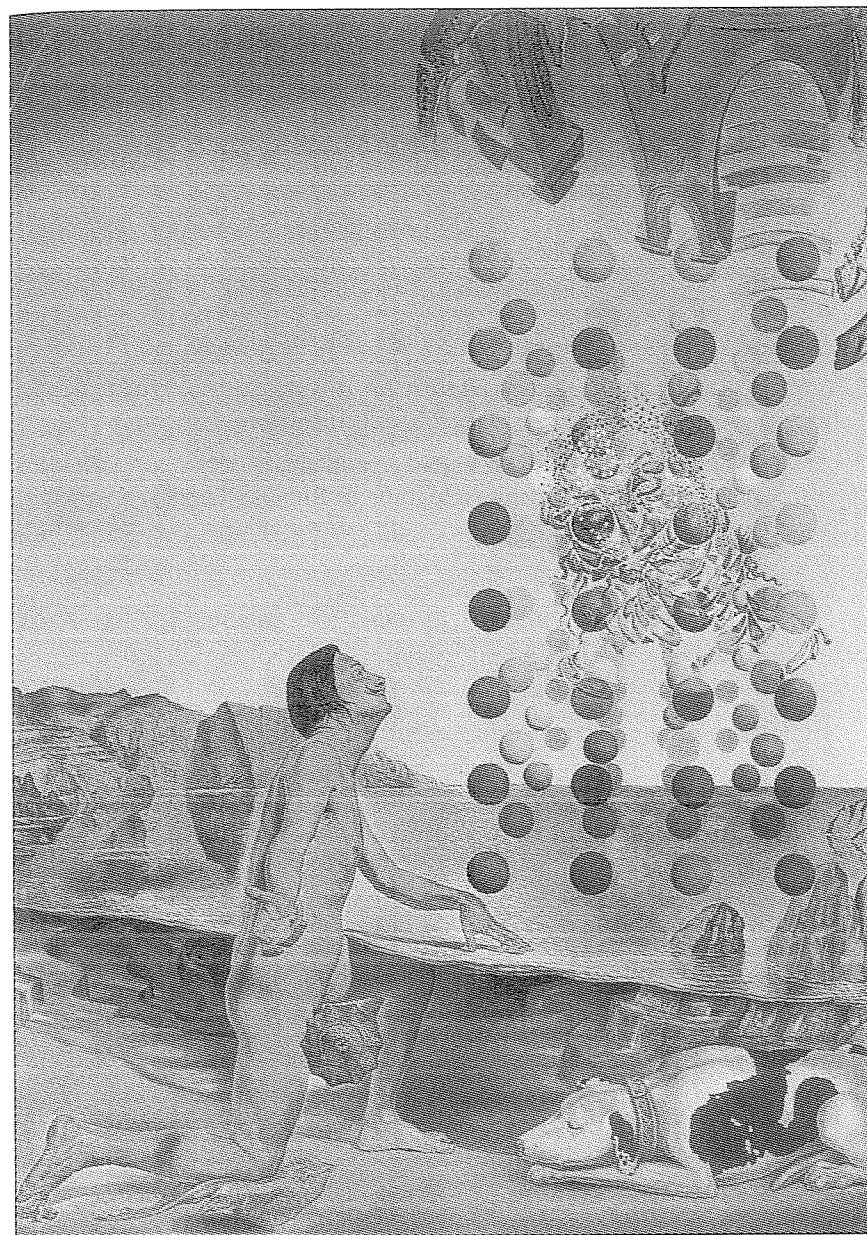


Figura 10.17. Dalí desnudo, en estado de contemplación delante de cinco cuerpos metamorfoseados en corpúsculos entre los cuales aparece, de repente, la Leda de Leonardo cromosomatizada por el rostro de Gala (1945).

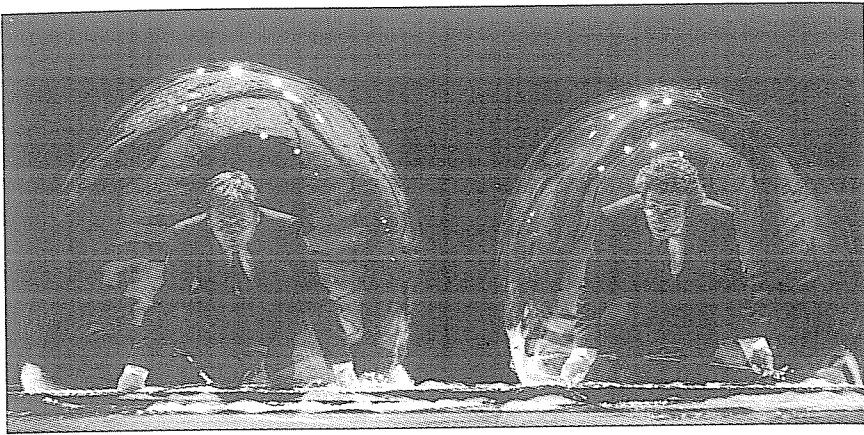


Figura 10.18. Pep Bou, el rey de las burbujas, y su colaborador Lluís Beiva, en sendas semiesferas cultas y efímeras (fotografía de Roberto Ramos).

¡Y esferas! Simplemente esferas. De todos los tamaños. De todos los materiales: cuarzo, cristal, resinas, plásticos, hierro, níquel, cobre, oro, plomo, madera, mármol...

En suma, la esfera emerge por isotropía en el mundo inerte. En el mundo vivo la esfera, sobre todo, *protege*. Y en el mundo culto *protege*, *rueda*, *genera*, *simboliza la perfección*... Todo eso, y no otra cosa, significa empezar a comprender la esfera.

11 El hexágono pavimenta...

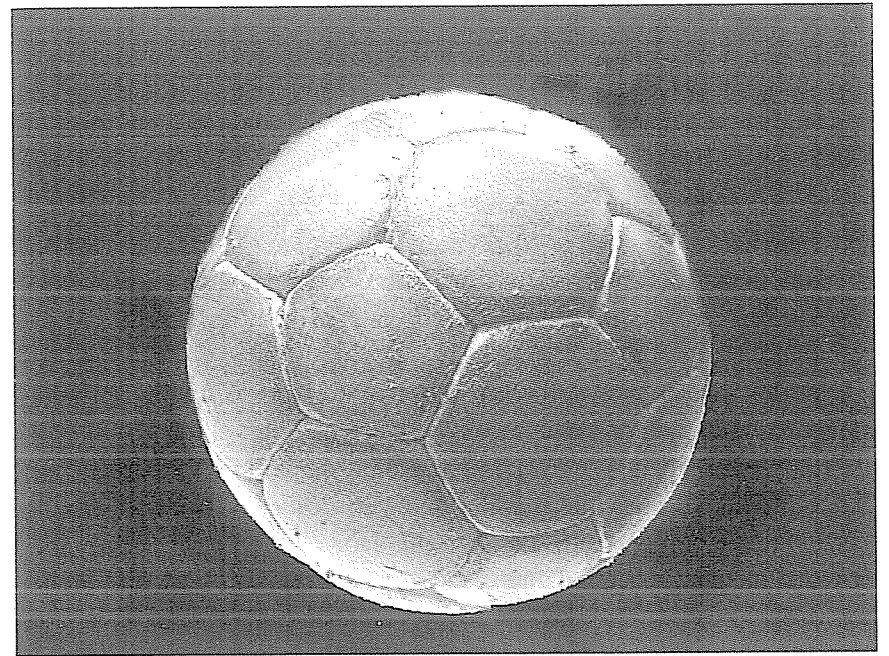


Figura 11.1. Balón de fútbol. Si el espacio disponible no es plano sino esférico, la mejor pavimentación se consigue con pentágonos rodeados de cinco hexágonos. De ahí tal vez el número cinco que surge en algunos equinodermos, como las estrellas de mar (fotografía del autor).

Acabamos de verlo. La simetría circular emerge con mucha facilidad. Esto es así porque la probabilidad es alta en ambientes uniformes e isótropos, porque tal es el caso de la nada y porque el universo está lleno de espacios llenos de nada. Esto es así también porque el agua en reposo es isótropa y uniforme y porque mucha es la cantidad de agua presente en el planeta.

Imaginemos ahora el fenómeno de la profusión de simetrías circulares restringida a un plano. Por ejemplo, las burbujas de la espuma de un detergente tienden a ser esféricas en el espacio de tres dimensiones. Sin embargo, si constreñimos una solución jabonosa entre dos vidrios planos, tendremos ante nosotros burbujas circulares de diámetro parecido compitiendo entre sí por ocupar el espacio plano disponible (figura 11.2). Una burbuja sin otras vecinas en su entorno inmediato presentará una forma de disco perfecto. Si la población de burbujas vecinas aumenta, cada disco tenderá a rodearse de hasta otros seis discos tangentes. El plano tenderá entonces a llenarse de círculos. Sólo quedarán libres unos característicos intersticios entre los puntos de tangencia. Pero atención: si la presión de la población de círculos sigue creciendo, el espacio *perdido* de los intersticios tenderá a desaparecer porque los círculos se deforman hasta que el plano queda perfectamente pavimentado con una nueva forma emergente: el hexágono.

En el experimento de las pompas planas de jabón se pueden observar todas las formas intermedias que van desde el círculo perfecto hasta el hexágono perfecto. La isotropía daba el círculo; la presión isótropa, el hexágono. La palabra clave ya ha surgido y nuestro esquema conceptual nos permite reconocerla y valorarla para afirmar solemnemente que ya hemos dado con la función fundamental: el hexágono pavimentado.

Cuando el origen del fenómeno está en una superpoblación de círculos, es fácil constatar que el hexágono pavimenta. Basta tomar un puñado de cigarrillos (o cualquier conjunto de cilindros blandos) y apretarlos suavemente los unos contra los otros. Al poco, los cilindros se habrán convertido en prismas hexagonales (figura 11.3).

En el mundo inerte se pueden encontrar bellas pavimentaciones hexagonales. La más espectacular es sin duda la llamada convección de Rayleigh-Bénard [49]. Se trata de un curioso fenómeno descrito por primera vez en 1790 por Benjamin Thomson. El longevo Henri Bénard

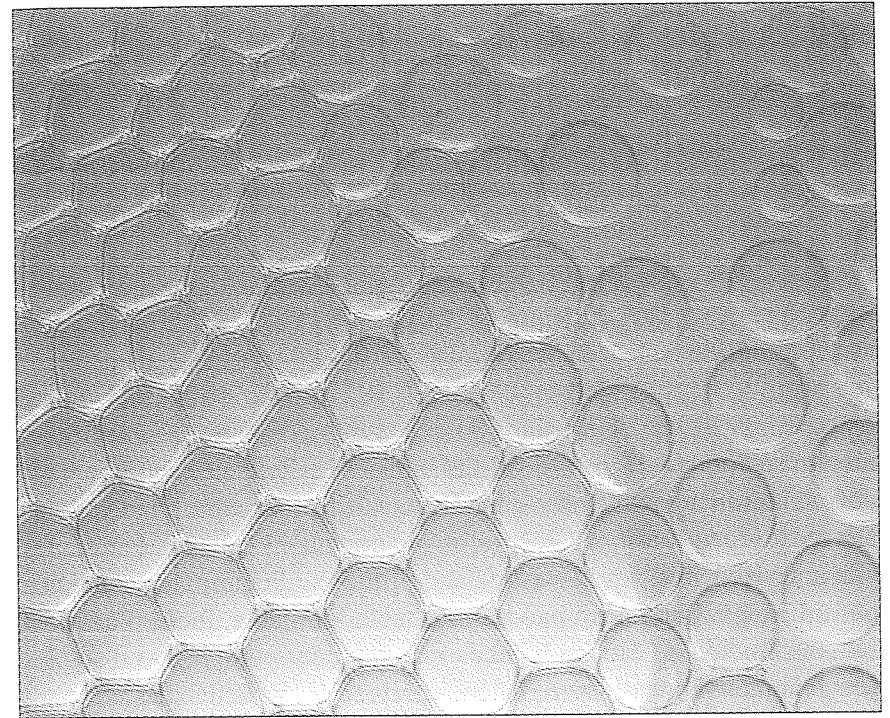


Figura 11.2. La competencia de los círculos por el espacio plano genera hexágonos. Son hexágonos por selección fundamental (colección MCFLC, fotografía del autor).

fue el primero en organizar una experimentación sistemática hacia finales del siglo XVIII, y el Nobel Lord Rayleigh el primero que lo explicó definitiva y convincentemente a principios del XX. Hacia los años setenta, los físicos de la termodinámica del no equilibrio lo adoptaron como ejemplo estrella de un nuevo concepto: la autoorganización de la materia (en lo que creo que es un ligero abuso de lenguaje). El interés del ejemplo reside, claro, en que se trata de un caso de autoorganización *no viva*. En realidad, se trata de una curiosa adaptación de la estructura de un líquido cuando se le calienta ligeramente por la parte inferior. El líquido del fondo se dilata al calentarse, con lo que su densidad disminuye y asciende. A medida que se acerca a la superficie libre, el líquido vuelve a enfriarse, con lo que su densidad aumenta y vuelve a hundirse. Así se crean unos rollos de circulación cuyo movi-

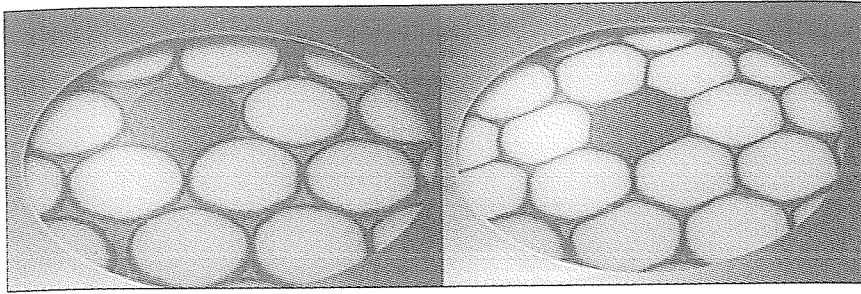


Figura 11.3. Los hexágonos invaden los intersticios que los círculos tangentes no pueden ocupar (colección MCFLC, fotografía del autor).

miento se opone a la viscosidad del líquido y a la tendencia de la conducción térmica a suavizar los gradientes de temperatura. En condiciones más o menos críticas, los rollos se aprietan en celdas hexagonales claramente visibles en la superficie del líquido. Según tales condiciones críticas, el fenómeno puede ser estable, inestable, incluso caótico. La constitución de esta realidad es más o menos compleja con sus leyes fenomenológicas (convección, conducción, turbulencias, tensión superficial, etcétera), sus fluctuaciones y sus inestabilidades. Pero cualquiera que sea el mecanismo de la nervura de esta realidad, se trata, para lo que aquí nos ocupa, de un bello ejemplo de emergencia de hexágonos por selección fundamental, cuya función es cubrir el plano, pavimentar.

Otros casos de hexágonos más imperfectos visibles en la materia inerte no se explican fácilmente a partir de una superpoblación de círculos. Es la bien conocida estructura de grietas en un terreno cuando se reseca o las figuras de luz que el sol crea en el fondo de una piscina (que tanto gustan al pintor inglés David Hockney). Otro caso muy espectacular lejanamente relacionado con los cuasihexágonos de una superficie de un paisaje seco (que una vez fue húmedo) es el paisaje de las columnas cuasihexagonales de basalto. El más bello y conocido es sin duda el de Antrim (Irlanda del Norte). Y no es el único caso. Castellfullit de la Roca es un originalísimo pueblo del Ampurdán (Girona, España) que se encarama sobre una gran roca de columnas basálticas hexagonales. En el museo tenemos, por gentileza de su Ayuntamiento, tres magníficas piezas que se desprendieron y cayeron al río (figu-

ra 11.4). Un corte perpendicular de las columnas verticales tiene, en efecto, el aspecto típico de una pavimentación muy próxima a la hexagonal. La tentación más inmediata es relacionar este caso con el de la convección de Raileigh-Bénard discutido más arriba. Un gradiente vertical de temperatura (como el que se creó en la lava del Terciario del caso irlandés cuando ésta entró en contacto con el aire) equivale quizás a un plato de aceite calentado debajo para crear las células de convección de Rayleigh-Bénard. La idea no es mala y hasta el año 2002 se podía sugerir como una posibilidad investigable. Pero en ese año apareció en *Physical Review* un modelo convincente de otro mecanismo bien distinto [50].

El proceso funciona más o menos como sigue: el enfriamiento de la lava provoca fuertes gradientes de temperatura, pero no para inducir el movimiento de partículas sino para fracturar las partes sólidas más superficiales. Estas fracturas tienden a propagarse hacia el interior del material y a formar figuras poligonales cada vez más regulares. Al final, el límite de más estabilidad corresponde a una configuración de mínima energía, la pavimentación cuasihexagonal que se observa en los paisajes de Antrim y Castellfullit. El proceso se parece mucho al caso de las grietas de desecación. Si la desecación es muy rápida, los polígonos son irregulares, como en las primeras capas de la simulación numérica de Jagla y Rojo. Sin embargo, cuando la desecación es lenta (la evaporación de un lago, por ejemplo), entonces los polígonos tienen tiempo de ir acomodándose a una situación de mínima energía. En el último capítulo, a la hora de hablar de las formas fractales, citaremos otro asombroso caso de hexágonos en la materia inerte: el de los copos de nieve. Aquí la forma última es fractal, pero lo es sobre una simetría hexagonal que también minimiza la energía. Los mecanismos de emergencia de estas estructuras hexagonales son distintos (compresión de simetrías circulares, propagación de fracturas, cristalización del agua...). Lo que tienen en común es la selección fundamental que los favorece en nombre de la estabilidad y su correspondiente función: pavimentar. He aquí la mayor inteligibilidad del, digamos, hexágono inerte. Cuesta emplear la palabra «función» para un objeto inerte, pero recordemos que en nuestro esquema conceptual hemos limpiado este término de toda connotación intencional o teleológica. Ni siquiera en el mundo vivo se puede hablar de este significado de función. Pasemos

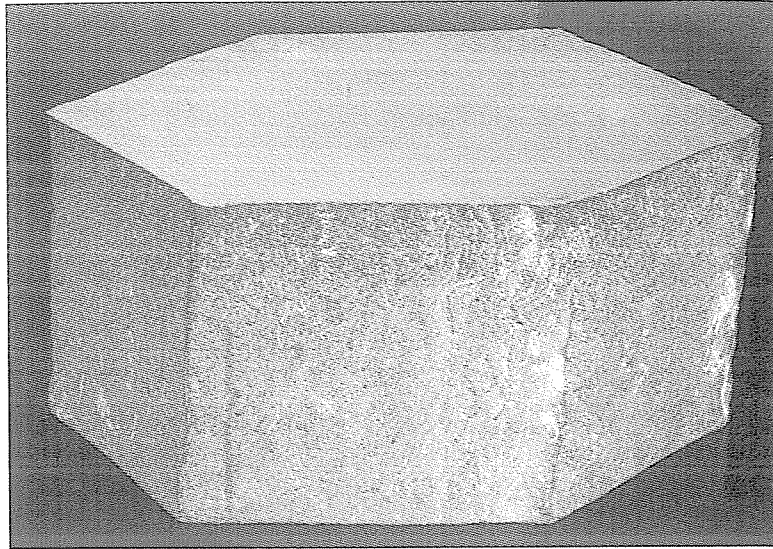


Figura 11.4. Columna hexagonal (por selección fundamental) de basalto de Castellfullit de la Roca (Girona, colección particular, fotografía del autor).

a la materia viva. Aprovechar el espacio es un concepto de alto interés en un mundo habitado por entes vivos. Por ello no es de extrañar que la función fundamental de pavimentar se sostenga muy bien como función natural.

En efecto, la naturaleza viva está trufada de hexágonos que pavimentan. Primer ejemplo: el ojo facetado de los insectos presenta una superficie pavimentada de hexágonos (figura 11.5). Nada más sencillo de explicar. El principal problema físico para fabricar un ojo consiste en que el objeto (que ver) forme una imagen en la retina del ojo del sujeto (que debe ver). Para ello, hay que conseguir que por cada rayo de luz emitido desde un punto del objeto llegue sólo un rayo a cada punto de esa especie de pantalla llamada retina. Eso es justamente lo que se consigue con el sistema de lentes de una cámara fotográfica. Sin su ayuda sería como exponer la película sensible directamente a la luz, no se formaría una imagen. El ojo de los vertebrados se basa en la misma idea de concentrar rayos con lentes. Sin embargo, los artrópodos apostaron por la solución más sencilla: el tubo. Un tubo es, en efecto, un seleccionador de rayos de luz: sólo pasan por el tubo los rayos que le

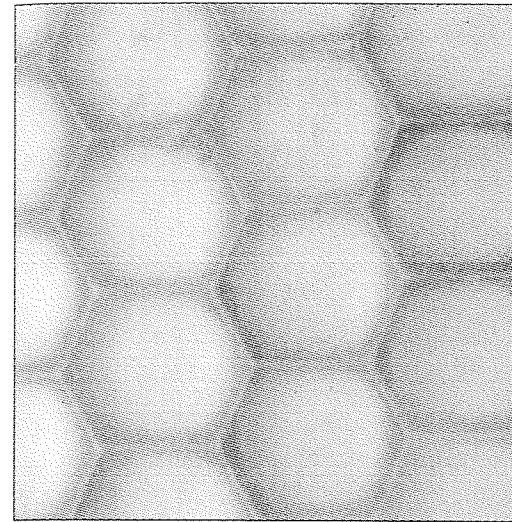
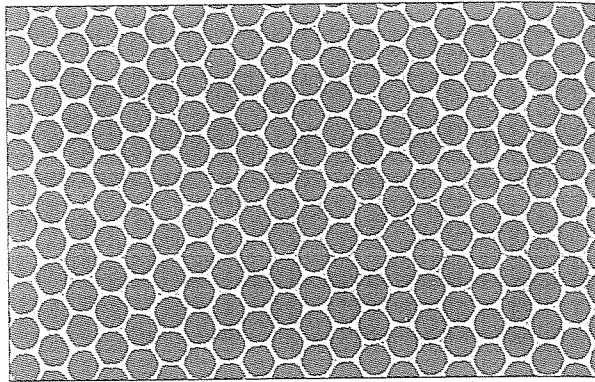


Figura 11.5. Pavimentación hexagonal del ojo de un insecto. Un hexágono significa un píxel en la imagen (colección MCFLC).

son paralelos. Pero atención: un tubo fabrica una imagen de una sola mancha de luz. Digamos, en el lenguaje actual, un tubo forma una imagen de un solo píxel. Un tubo, un píxel; dos tubos, dos píxeles; tres tubos, tres píxeles. El ojo de los artrópodos, y en particular, de los insectos, es un manojo de tubos que crean una imagen con tantos píxeles como tubos tiene el manojo. Y ya lo sabemos: cuantos más píxeles, mejor imagen.

La selección natural favorece la independencia del individuo, y en este caso esto significa la mejor imagen posible. Cuanto mejor se perciba el entorno, mejor se come y peor se es comido, menos se depende de las sorpresas que pueda deparar la incertidumbre del entorno, mejor se percibirá la posición de la partícula alimenticia por capturar, mejor se anticipará la amenaza de alguien que considere partícula alimenticia al propietario del ojo. O sea, que cuantos más tubos existan por unidad de superficie de ojo, mejor. En último término, siempre se puede dar un paso más sacrificando los intersticios de los cilindros. Así emerge algo que comparte la casi totalidad de los artrópodos (digo casi pero ni siquiera conozco una excepción): las facetas de los ojos hexagonales. Así pues, el hexágono pavimenta los ojos de los animales pluricelulares más frecuentes en la naturaleza. Son hexágonos de una perfección sublime (como se puede observar con la ayuda de una sim-

Figura 11.6. Celdas hexagonales de colmena de abejas.



ple lupa), de modo que en el caso del hexágono parece que pavimentar es tanto una función fundamental como una función natural. En efecto, el hexágono sigue pavimentando en el mundo natural incluso fuera del concepto «ojo».

Las celdas hexagonales de las abejas (avispas y otros himenópteros) son probablemente los hexágonos más conocidos de la naturaleza (figuras 11.6 y 11.7). Queda poco que comentar aquí. Estos insectos no tienen espacio que perder y mucho material (como la cera) que ahorrar a la hora de construir los presuntos cilindros originarios para alojar reservas y población inmadura. Así que ahí están los preciosos y rítmicos hexágonos. Pero en la naturaleza los hexágonos se encuentran pavimentando muchas otras superficies, sobre todo unas muy especiales y trascendentes: las que separan el interior del exterior de los indivi-

Figura 11.7. Disposición de celdas hexagonales en capas sucesivas de una colmena (fotografía de Sergio Parra).

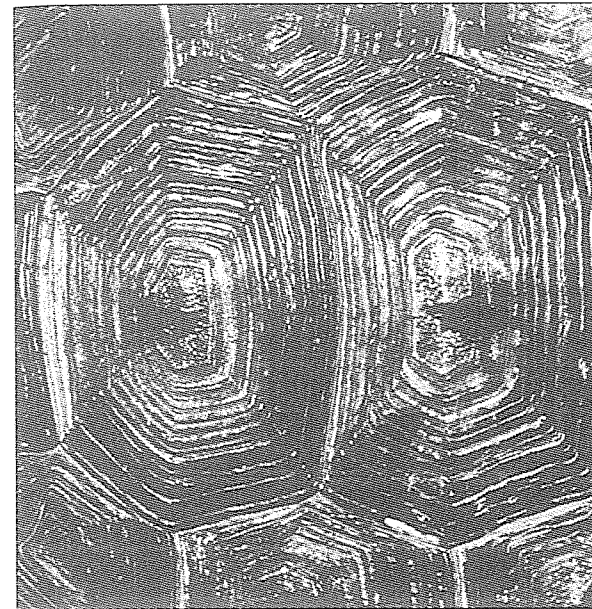
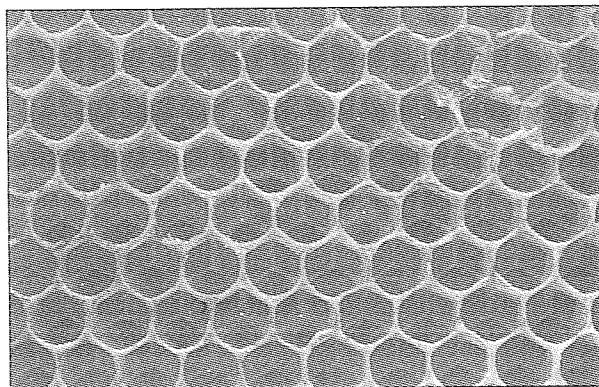
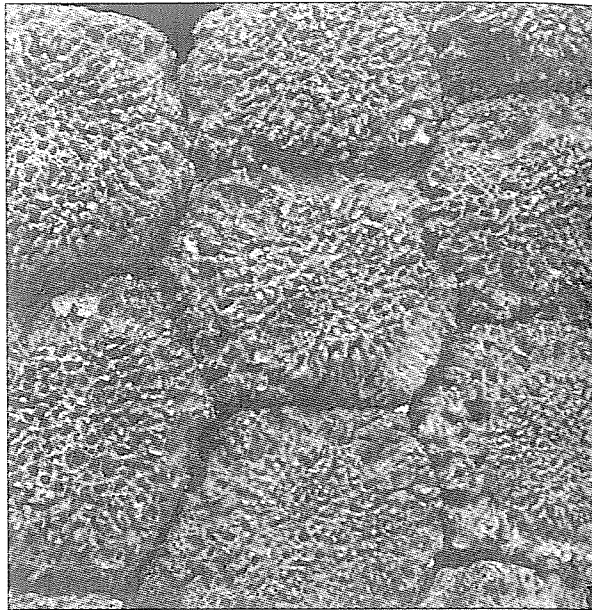


Figura 11.8. Caparazón de tortuga. Los hexágonos quizás empezaron siendo placas circulares por cuyos intersticios penetraban los dientes y las garras de los depredadores (colección MCFLC).

duos, la primera fila en contacto con la incertidumbre del medio. Son las pieles, las cortezas, los escudos, los caparazones... Obsérvense los caparazones de la mayoría de tortugas (figura 11.8): hexágonos. No son tan perfectos y homogéneos como los de un ojo facetado o un panal de abejas, pero son hexágonos. Si el origen de los hexágonos que pavimentan son placas circulares en competencia tangencial, se comprende que la selección natural favorezca la operación de eliminar los intersticios por donde podían colarse los afilados dientes de los depredadores. Pasar de un escudo de discos a un escudo de hexágonos es ganar independencia respecto de la incertidumbre de posibles depredadores. Obsérvense los caparazones de los armadillos y sus ilustres y gigantes antecesores, los gliptodontes (figura 11.9). Obsérvense las pieles de tantos reptiles y peces. La piel del pez cofre no tiene desperdicio: no sólo presenta hexágonos sino hexágonos desconstruidos en triángulos isósceles, un caso que encontrará enseguida una sabrosa convergencia culta. Obsérvense la corteza de la celebrada piña tropical y de tantas otras cortezas vegetales. Son hexágonos que pavimentan, siempre hexágonos. Siempre pavimentando. En estos casos parece que no sólo se comparte la función natural, sino el mecanismo de comprimir simetrías circulares.

Figura 11.9. Caparazón de gliptodontes (colección de MCFLC, fotografía del autor).



Quizá valga la pena alejarse por un momento de la idea de pavimentar superficies planas. ¿Qué ocurre con la pavimentación de una superficie esférica? Acabamos de mencionar el ojo. Pues bien, si el ojo por pavimentar es esférico, la mejor solución no es exactamente una estructura hexagonal. La mejor manera de pavimentar matemáticamente una superficie esférica es utilizar pentágonos, cada uno de ellos rodeado (y compartiendo cada uno de sus cinco lados) con cinco hexágonos. La mejor pavimentación para una esfera es, llamémosla así, la pentahexagonal. Se trata de un icosaedro, el poliedro regular de veinte lados, truncado. Una pelota de fútbol de las de antes es un ejemplo de esta afirmación (véase, antes, la figura 11.1). No sé si los fabricantes llegaron a esta conclusión después de realizar una investigación (la mejor manera de construir una esfera a base de trozos cosidos de cuero) o si llegaron a ella por una especie de selección natural culta, pero ahí está la bella solución. En el mundo marino hay un curioso caso de pavimentación pentahexagonal de una esfera. Es el esqueleto de ciertos erizos de mar. Lo que sigue es una especulación que no tiene más base que la precedente. Aviso para anticiparme a un eventual abucheo mental del lector. Por preguntar que no quede: ¿tendrá algo que

ver el cinco de las cinco patas de una estrella de mar, otro equinodermo, con el número cinco que aparece en la pavimentación de un erizo?

El hexágono pavimenta por selección fundamental y pavimenta por selección natural. Y la selección cultural, ¿pavimenta con hexágonos? Las baldosas y los baldosines más habituales para cubrir suelos y paredes son hexagonales. Visítese una ferretería cualquiera. Las redes para mosquiteros y otros usos suelen tener estructura hexagonal, como las telas metálicas para jaulas o vallas. Algunas pavimentaciones urbanas son especialmente notables, como las diseñadas por Gaudí (¡otra vez Gaudí!), que pavimentan hoy todo el Paseo de Gracia de Barcelona (véase, más adelante, la figura 19.9). No es una casualidad. Es una consecuencia de la selección cultural. Obsérvese el parqué de madera, diseñado por el mismo arquitecto para los suelos del edificio de la Casa Milá (La Pedrera) en Barcelona (véase, más adelante, la figura 19.10). No creo que el carismático arquitecto tuviera nunca ocasión de observar la piel hexagonal de un pez cofre del mar Caribe, que, como acabamos de comentar, está también desconstruida en triángulos isósceles.



Figura 11.10. Reconstrucción del mercado de Santa Caterina a cargo de Enric Miralles y Benedetta Tagliabue. Los hexágonos pavimentan, por selección cultural, la compleja cubierta ondulada (fotografía de Benedetta Tagliabue).

Enric Miralles fue un arquitecto de talante y talento gaudinianos malogrado en el momento más creativo de su carrera. Quizá no se pueda aludir a él como un contraejemplo cuando se afirma que Gaudí no dejó escuela, pero Miralles tenía una penetración comparable cuando observaba la naturaleza y el mismo estilo científico a la hora de investigar y comprender las formas. La espléndida cubierta del mercado de Santa Caterina en Barcelona (figura 11.10), proyectada y ultimada con la colaboración de Benedetta Tagliabue, es un buen ejemplo de marginación de la línea recta y de la presencia de hexágonos multicolores que pavimentan una superficie ondulada que se diría en movimiento.

En suma, el hexágono pavimenta por selección fundamental, por selección natural y por selección cultural. La función de pavimentar parece una función (fundamental, natural o cultural) más única incluso que las funciones de la simetría circular de la que se deriva. No es una conclusión trivial. Se pueden encontrar y, sobre todo, se pueden inventar otros elementos pavimentadores de éxito no hexagonales, como baldosas cuadradas o rectangulares, o el genial y refrescante *trencadís* de Gaudí. En estos casos, el elemento pavimentador no procede de la superprobable simetría circular, no pertenece a la línea de mayor solera evolutiva. Todo eso, y no otra cosa, significa empezar a comprender un hexágono.

12 La espiral empaqueta...

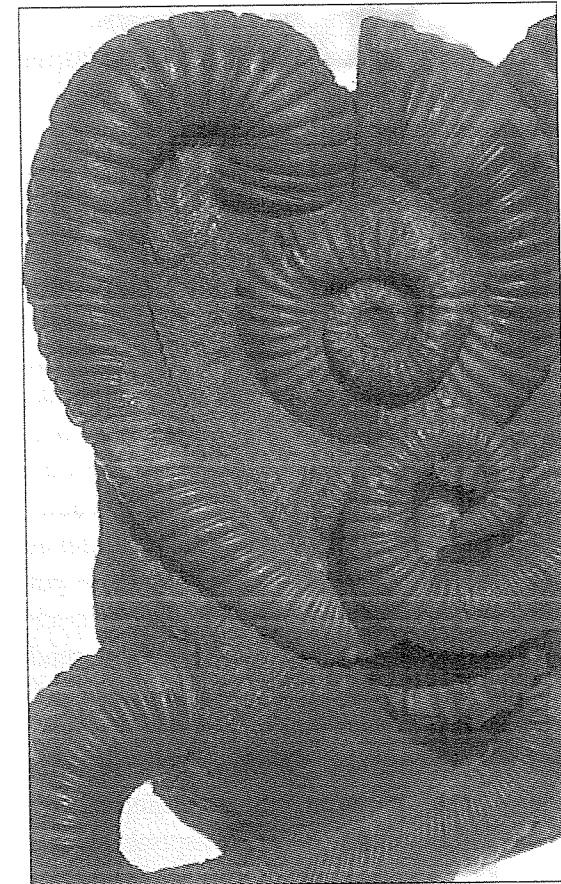


Figura 12.1. Amonites fósiles enrollados y desenrollados en una misma pieza (*Australopitecus jackii* y *Toxoceratoides sp.*, Queensland, Australia) del Cretácico inferior (120 millones de años, fotografía de Sergio Parra; colección MCFLC).

La simetría circular emerge con alta probabilidad y el hexágono debe buena parte de su emergencia a que deriva de la anterior. Consideremos ahora un punto que se mueve según una circunferencia, la versión lineal de la simetría circular, y que empieza a emigrar sin salirse del plano de la circunferencia. Se obtiene así otra forma matemática simple. Es la espiral.

¿Qué tal le va a la espiral en los mundos inerte, vivo y culto? La selección fundamental la favorece a escalas cósmicas y las selecciones natural y cultural a escalas más humanas. La sorpresa es que a la espiral no le va muy bien por selección fundamental en la nervura de lo real donde actúan las otras dos selecciones. El dato tiene su interés. Las selecciones natural y cultural distorsionan la abundancia de las espirales en la realidad, digamos, mesoscópica hasta hacer que éstas sean visibles con facilidad. En estos escenarios, la espiral aparece más por adaptabilidad y creatividad que por mera estabilidad.

En el mundo inerte emergen espirales en realidades muy diferentes por mecanismos muy distintos. Las más grandes, no hay duda, son las galaxias. Son conjuntos de cientos de miles de millones de estrellas interactuando a través de fuerzas gravitatorias. Son quizá los mayores conjuntos de materia con cierta identidad, con cierta independencia del resto del universo. Su tamaño oscila entre diámetros de 15.000 a 150.000 años luz. Los dos tercios de los cientos de miles de galaxias del universo son galaxias espirales (una distribución de estrellas con un centro masivo del que salen brazos espirales) y los dos tercios de éstas son galaxias espirales regulares. La galaxia a la que pertenecemos es una de ellas. El fenómeno más relevante de la constitución de la realidad galáctica es la fuerza gravitatoria. Para comprender la enorme forma espiral de los brazos de una galaxia hay que estudiar la estabilidad de un disco galáctico y atender a las dilatadísimas órbitas de las estrellas contenidas en este disco. Las estrellas más próximas al centro giran más deprisa que las que orbitan en la periferia y, sin embargo, los brazos espirales no se enrollan. La forma espiral de las galaxias es un complejo problema teórico que aún no se comprende bien. En los modelos intervienen ondas de densidad (como las de automóviles en una autopista cuando hay demasiado tráfico), la estabilidad del disco galáctico y las rotaciones de las estrellas. Pero ahí están los brazos espirales, inevitables para comprender la estabilidad de ese fluido en el que una

partícula es una estrella, el objeto más grande de la realidad de este mundo.

Pasemos ahora del disco galáctico al disco de una placa de Petri, como las que usan los químicos y los microbiólogos. Saltamos, pues, de un escenario de decenas de miles de años luz a un escenario de pocos centímetros. Aquí podemos presenciar la emergencia espontánea de espirales, por selección fundamental, en el mundo inerte de la química. Se trata de la célebre reacción de Belousov-Zhabotinsky. Los iones de Ce^{+3} y Ce^{+4} se pueden teñir con ferroína para visualizar cómo se distribuye su presencia (en colores azul y grana) en el espacio plano de un plato. Se trata, como el caso de la convección de Rayleigh-Bénard, de la emergencia de un orden por fluctuaciones en condiciones críticas de incertidumbre. [52] Así emergen espirales perfectamente disfrutables (bellísimas) por el ojo humano desnudo. En otra geometría del entorno, en un tubo de ensayo, por ejemplo, las regiones azul y grana más estables ya no son espirales, sino estratos horizontales o nubecitas pulsantes. Espirales de frágil estabilidad. Por ello, no es fácil que salgan en el álbum de fotos de la historia de la materia.

Otras espirales no vivas se pueden observar en raros crecimientos minerales o, con buena voluntad, según cómo se observen ciertos fenómenos hidrodinámicos, como remolinos, huracanes y tornados (en realidad son hélices que proyectamos mentalmente sobre un plano). Un fluido que se mueve en régimen laminar (líneas de corriente uniformes y paralelas) puede distorsionarse, también, en ciertas condiciones críticas, y mostrar la emergencia de bellas turbulencias espirales. Ocurre, por ejemplo, cuando un sólido intenta avanzar en el seno de un fluido más o menos viscoso... (detrás de un pez o detrás de la motocicleta que precede al ciclista que corre en esta especialidad).

La abundancia de espirales en el mundo vivo ya no se comprende por simple estabilidad. No nos hemos resistido a adelantarle en su momento. La selección natural se tropieza con la espiral como un compromiso entre dos tendencias. Ambas generan independencia respecto del entorno, pero entran en conflicto mutuo. Una de ellas favorece el aumento de tamaño, la otra va en contra de la pérdida de movilidad. La espiral es la solución de compromiso, la solución para crecer ahorrando espacio (figura 12.2). En los invertebrados, la espiral se presenta en conchas y caparazones de decenas de miles de especies dife-

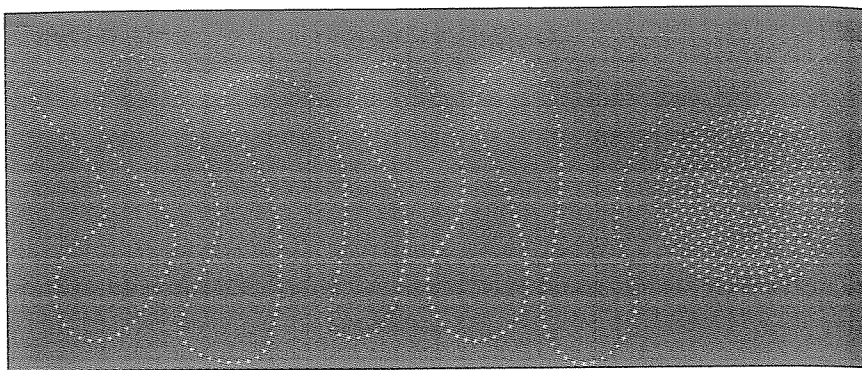


Figura 12.2. La espiral empaqueta (fotografía de Sergio Parra; colección MCFLC).

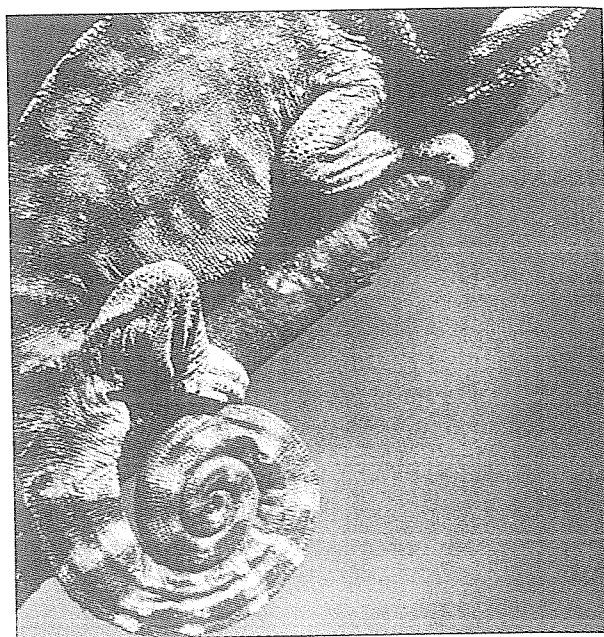
rentes. Dominan masivamente, es curioso, las dextrógiras, es decir, las que giran según las manecillas del reloj. Las especies levógiras son muy excepcionales. Y los individuos excepción (levógiros) pertenecientes a la especie mayoritaria son asimismo muy raros. Este dato sugiere que la selección ha actuado una sola vez con un éxito espectacular. En efecto, en ausencia de ulterior información, el razonamiento es sencillo. Si la selección natural hubiera intervenido en cada especie, entonces dextrógiras y levógiras estarían repartidas más o menos al 50 por ciento... Sin embargo, lo que observamos es un casi 100% frente a un casi 0%. La selección natural intervino una sola vez y, cuando lo hizo, la decisión, tomada al azar con un 50% de probabilidad, cayó de uno de los lados: el derecho. Por eso los caracoles y similares son de derechas. La estadística, que todo lo promedia, nos aporta aquí información sobre el lejanísimo instante en el que la naturaleza lanzó una moneda al aire. Lo importante es la espiral. Lo de menos, su sentido. La espiral empaqueta en cualquier sentido.

En 1992, el museo abrió una exposición sobre la evolución biológica. *Las palabras museográficas* eran, como siempre, objetos reales. En este caso, fósiles. Descubrimos la analogía como un buen método para hacer hablar a las piezas dentro de una vitrina. Por ejemplo, diferentes grados, desde la forma más o menos recta hasta la espiral, emergían en tres casos bien distintos entre sí (otra vez la inteligibilidad, pero ahora la inteligibilidad museológica, recordemos, lo común entre

lo diverso): la cornamenta retorciéndose sobre sí misma, desde el rebeco hasta la notoria espiral de un muflón; instrumentos musicales de viento, desde la fanfarria hasta la trompa pasando por el saxofón; y amonites, desde los cónicos ortoceras hasta claras espirales en nautiloideos de todas clases. Todos los casos estaban representados por tres piezas: una de baja o nula espiralización, otra con espiral incipiente o avanzada y finalmente la pieza con espiral consumada. De esta manera se sugiere un proceso que gana la espiral a golpe de selección natural y, con ello, la función de empaquetamiento. Sólo nos faltaba una pieza: la correspondiente al caso intermedio de los amonites. Teníamos un perfecto y enorme ortoceras procedente de Marruecos como representante del caso preespiral y un precioso ejemplar de amonites para ilustrar una espiral clara y completa. Así que, ni corto ni perezoso, le encargué a ciegas a mi proveedor habitual de fósiles un amonites con forma de saxofón. Recuerdo que se fue frunciendo el ceño. Estaba claro que nunca había visto nada igual y que no tenía ni idea de por dónde empezar a buscar. Naturalmente, en aquella época todavía no me había movido por los museos y ferias de fósiles, por lo que yo tampoco sabía si una pieza así existía o no. Se trataba de una predicción. ¡Una predicción en paleontología! En general los fósiles no se buscan sino que se encuentran. Por ello habría que hablar más de encontrados que de buscadores de fósiles. Seis meses después, mi encontrador de fósiles convertido en buscador, mi añorado amigo Andreu Solé, apareció radiante y satisfecho en mi despacho: «¡Ya lo tengo!, ¡y no ha sido nada fácil!». Algunos años después, en Tucson (Estados Unidos), en la mayor reunión de encontradores de fósiles del mundo, me tropecé con una pieza única. Era una pieza mil veces pensada, mil veces idealizada, como un amor adolescente, mil veces soñada, una pieza que contenía dos especies coexistentes, ¡una enrollada y otra a medio enrollar! ¿Se puede pedir más a una pieza de museo? (véase la figura 12.1 que abre este capítulo).

La función empaquetadora de la espiral se encuentra en innumerables individuos vivos. Se encuentra incluso en partes especiales de tales individuos. La situación general es ésta: a una parte de un individuo le interesa crecer para defender el todo al que pertenece, pero tal cosa perjudica la movilidad de ese todo. Es entonces cuando la solución natural bendice la espiral. Atención, se trata de espirales con soportes

Figura 12.3. Camaleón con su cola empaquetada en espiral.



bien distantes entre sí, pero todas con una función común (inteligibilidad): todas empaquetan. Los ejemplos más claros de tales apéndices corporales son: cuernos, colas, lenguas, trompas... Todas las espirales de conchas de todo tipo pueden proceder de un único episodio a nivel molecular, pero la espiral de una trompa de mariposa no es sospechosa de tener algún parentesco con la espiral de una trompa de elefante, ni la cola de un mono con la cola de un camaleón (figura 12.3), o la de un caballito de mar (figura 12.4). El dato hace que nuestra capacidad de comprensión se emocione.

La figura 12.5 muestra la trompa de una mariposa empaquetada (guardada) en espiral. Desplegada, su longitud puede alcanzar hasta veinte veces la longitud de su cuerpo. Sin el truco (solución) de la espiral, este insecto tendría en sus movimientos una enorme dependencia del paisaje inmediato por el que se mueve. Una cosa es desenrollar la trompa para libar y alcanzar de este modo los puntos más inaccesibles de una flor, y otra muy distinta volar con este apéndice desenrollado. No sólo se enredaría irremediamente con todo, sino que con la trompa desplegada, el centro de masas se alejaría mucho del cuerpo

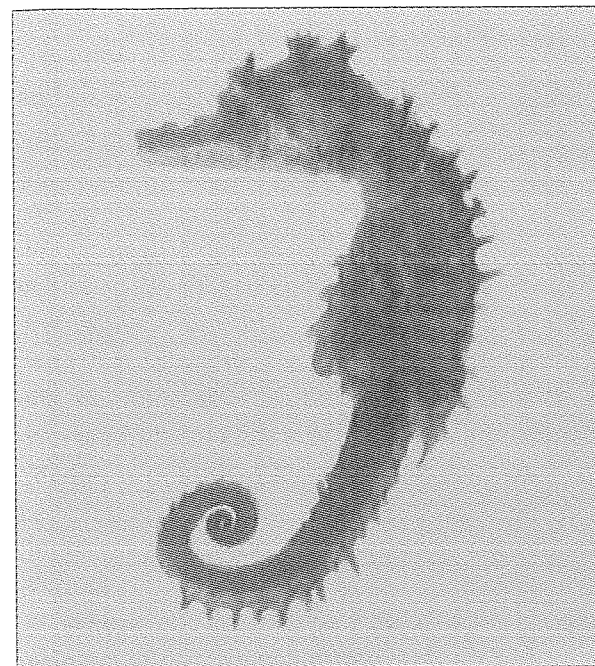


Figura 12.4. Caballito de mar. Su cola se agarra en hélice y se guarda en espiral, como casi todas las colas (colección MCFLC, fotografía del autor).

propiamente dicho, comprometiendo terriblemente la estabilidad del individuo. La situación equivale a una recién casada que sale de la iglesia a pasearse por el centro de la ciudad, vistiendo un traje de novia con una cola de ochenta metros: ¿cuántos metros podría caminar sin engancharse con algo?

La botánica también está preñada de espirales. Pero ¿cómo es eso? Ser grande aún importa, pero las plantas sólo se mueven en forma de semilla. Un caso muy curioso de espiralización lo encontramos en los helechos. Antes de desplegarse, la planta ya está casi completa en cuanto a masa y volumen. Todo está bien plegado en espirales primarias, secundarias... Aquí el empaquetamiento es una función en sí misma. Ahorro directo de espacio. ¿Cómo se explica sin la presión de la movilidad? El espacio es un valor en sí mismo. Es el escenario de la competencia por la captación de luz, de agua... La espiral dispone las cosas empaquetando bien de cara a la radiación. Son muchos y bellos los ejemplos que podemos encontrar en hojas, flores... Dé un paseo por el campo en busca de espirales. Es una excelente excusa.



Figura 12.5. Trompa de mariposa. Es muy útil para libar en puntos recónditos de las flores, pero es imposible volar con la trompa desplegada (colección MCFLC).

La espiral es una forma muy probable en la realidad culta. Un vistazo rápido a cualquier ferretería o cualquier hogar moderno mínimamente equipado nos convence de que la espiral continúa empaquetando por selección cultural. En efecto, en nuestra vida diaria nos hemos acostumbrado a usar objetos irremediamente largos. Pensemos por ejemplo en el papel higiénico, el papel de cocina o el de embalar, en la cinta adhesiva, las clásicas casetes de audio o vídeo, en las antiguas películas, en los antiguos discos microsuros, en los modernos discos compactos, en ingenios festivos como serpentinas y mata-suegras... La eficacia de la capacidad empaquetadora doméstica de la espiral se demuestra con un ejercicio mental: desháganse mentalmente todas las espirales que tenemos en casa, está bien claro que no quedará en ella espacio para vivir. Espirales y más espirales.

La espiral reina plenamente en el mundo culto. Su presencia es universal. Pero el premio a la selección cultural de espirales no es sólo el empaquetamiento, por lo menos no directamente. Existe lo que en la primera parte hemos llamado una subfunción. Es la espiral como símbolo. ¿Qué cultura no incluye esta forma entre sus iconos? Empezó con una anécdota personal inolvidable, tal vez absurdamente inolvidable.

Hace unos años me tocó acudir a un programa de radio para insomnes, de esos en los que se susurra, más que se habla, entre pedazos de música semianestésica. Sólo había tres personas más, un portero en la entrada, un técnico en el control de sonido, detrás de una gran cristallera, y un periodista junto a mí, en el minúsculo locutorio. La conversación, contagiada por la atmósfera y la hora, era lánguida y dispersa. Todos luchábamos contra el sueño (menos el portero, que dormía sin disimulo). El locutor hacía su pregunta y se quedaba con los ojos desenfocados hasta que algo le decía que estaba terminando mi respuesta; entonces se iba a la pregunta siguiente, que leía sin abandonar del todo sus ensoñaciones. El técnico cumplía su misión con movimientos automáticos, pero sin dejar de mover un bolígrafo sobre un pequeño pedazo de papel. Y yo iba respondiendo, pero mi atención se desviaba cada vez más hacia el técnico. Pero ¿qué escribe ese señor durante tanto rato, a estas horas, en una hojita tan minúscula? Lo supe al acabar el programa cuando, al salir, me las ingenié para mirarlo y matar mi curiosidad. Me despidió sin levantar el bolígrafo del papel.

No era un escrito, era un dibujo, una apretadísima espiral. La forma que más dura para pasar el rato.

Quiero contar otra historia parecida. El escenario es Marruecos. En un lugar desértico próximo a Ait Ouasik se conservan unos espléndidos grabados neolíticos en roca que tienen más de seis mil años de antigüedad. La preciosa pátina es inconfundible. Un aire cargado de finas partículas de arena ha ido lamiendo la piedra durante miles de años. Un grupo de grabados se encuentra sobre una elevación del terreno que domina lo que en aquella época debía de ser un gran río, un excelente mirador para controlar a los animales que acudían a saciar su sed. Supongo que los autores de aquellos dibujos debían de depender de ellos para casi todo: grasas, pieles, huesos para utensilios... Las figuras, aunque esquemáticas, son realistas y los animales representados se reconocen sin problemas: rinocerontes, gacelas, toros, zorros... Son realistas pero, justamente por esquemáticos, equivalen ya a un primer grado de abstracción, un primer paso para comprender. Sin embargo, en uno de ellos (y sólo en uno) descubrimos un segundo y quizás un tercer paso. Se trata de un grabado con dos dibujos (figura 12.6). El de la derecha no es fácil de reconocer en un principio, porque no representa un individuo vivo completo, sino sólo una parte de él, mejor dicho de ella: es la vulva de una hembra. Es un segundo nivel de abstracción, porque la vulva no aparece ligada a un cuerpo ni tampoco en el lugar que le corresponde (como se observa en otros grabados) sino desligada e independizada de su propietaria. ¡Es una vulva genérica! El dibujo de la izquierda es una hermosa y apretada espiral de paso constante. Estamos ante un nivel más de abstracción; no representa una parte de un individuo, ni una parte de una parte. Es un símbolo. ¿Asociado deliberadamente a la vulva? ¿Es una especie de traducción?

Lo que sigue es una especulación, pero creo que una especulación verosímil. Los autores de estos dos niveles de abstracción vivían de la caza y, probablemente por ello, seguían a las manadas de animales, animales necesarios para su subsistencia. Quizá los pintaban de tanto vigilarlos, de tanto seguirlos, de tanto desearlos. Quizás el hecho de dibujarlos tuviera un significado mágico a favor de asegurar su existencia, su abundancia, su salud... Así que, uno: dibujar es siempre un ejercicio de abstracción y un ejercicio de inteligibilidad. Conocimiento. No se puede dibujar sin separar, con algún criterio, la esencia de los matices,



Figura 12.6. Espiral del Neolítico originaria del norte de África junto a una vulva. La espiral es, por selección cultural, un símbolo solar, de continuidad, eternidad o fecundidad en casi todas las culturas (copia colección MCFLC, fotografía del autor).

lo trascendente de lo superfluo. Además, dos: separar una parte de un todo equivale a subrayar esa parte dentro de ese todo. En otras palabras, aquellos humanos no sólo miraban, vigilaban y deseaban a los animales. Intentaban conocerlos. Conocerlos para anticipar su incertidumbre, es decir, miraban, vigilaban y deseaban la continuidad de los mismos. Quizá sea ése el significado del segundo nivel de abstracción confiado a los genitales femeninos: continuidad a través de la reproducción. Que no falte. Pero esta historia culmina con un extraordinario tercer grado

de abstracción. Ahora el dibujo no representa un individuo vivo, ni parte de él, sino una forma matemática, un símbolo puro, una espiral, la mejor forma para representar la continuidad, la que tarda más en agotar el tiempo o el espacio... En el museo, donde tenemos una copia científica en resina, la pieza se ha ganado el apodo de «piedra roseta de la sexualidad». La espiral empaqueta la continuidad. La inteligibilidad es lo común entre dos episodios aparentemente distintos: el técnico de sonido dibujando una espiral en un pedazo de papel y el cazador neolítico esculpiéndola en una dura roca. Queda poco más que decir. La espiral es un signo omnipresente en la historia de casi todas las culturas humanas y casi siempre con el mismo significado: símbolo solar, eternidad, fecundidad, feminidad...

Bien, quizá queda algo por decir. La espiral como recurso arquitectónico. La escalera es un artefacto que sirve para transitar entre dos cotas diferentes, entre dos alturas diferentes en la dirección del campo gravitatorio. Normalmente se considera que la pendiente de una escalera no debe superar el diez por ciento (por encima de este valor, una silla de ruedas o una persona no muy fuerte puede encontrar serios problemas), por lo que subir a una torre de más de cien metros de altura de una catedral, por ejemplo, requeriría salirse del orden de un kilómetro del recinto del templo. Hay que empaquetar. Y eso es lo que consigue la celeberrima escalera de caracol. El caso de Gaudí y la forma de las escaleras que acceden a la cima de las torres de la Sagrada Familia no tiene desperdicio (véase, más adelante, la figura 19.11). Su proyección sobre un plano coincide inquietantemente con la forma de los bellos y raros nautilóideos. En rigor, la escalera de caracol es una hélice y de ella nos ocupamos a continuación.

En suma, la espiral empaqueta, guarda, simboliza continuidad y, según cómo, también agarra un poco... Todo eso, y no otra cosa, es empezar a comprender la espiral.

13 La hélice agarra...



Figura 13.1. Una hélice por selección natural agarrándose a una hélice por selección cultural en una finca de Camburí (São Paulo, Brasil, fotografía del autor).

La simetría circular emerge con alta probabilidad, y la hélice debe también su emergencia a que deriva de la anterior. Un punto que describe un movimiento circular en un plano y que emigra en la dirección perpendicular al mismo se mueve según esta inquietante forma geométrica. En el mundo inerte la situación no es rara, es la traslación de un movimiento circular. Es el caso de remolinos, tornados, trombas marinas, huracanes y vórtices de diferente especie; es también el caso de tantas turbulencias locales cuando un sólido se mueve dentro de un fluido (la movilidad de cualquier ente vivo). La selección fundamental puede admitir muchas hélices ligadas al concepto de planeta. Los planetas, que giran en torno a sí mismos y se trasladan respecto de su estrella, son sin duda un buen escenario para la emergencia de una hélice. Es una hélice como forma de una trayectoria, es decir, es el rastro de un móvil. En el caso de un huracán, el fenómeno se traduce en la forma de un gigantesco objeto. La hélice es aquí la forma matemática de un objeto compatible con unas condiciones de movimiento (rotación y traslación), pero íntimamente relacionado con otro concepto físico: la fricción. La duración o persistencia de muchas hélices compuestas de materiales fluidos *helicoideando* en el seno de otro fluido (como huracanes, remolinos y tornados) se debe a la conservación del momento angular, mal que le pese a la pérdida de energía vía fricción. Por la misma razón, una bicicleta es tanto más estable cuanto mayor sea su velocidad, aunque cada cambio de velocidad requiera una ganancia o pérdida de energía. Las fuerzas más importantes en este caso son las fuerzas de fricción. La fricción entre la rueda de la bicicleta y la superficie del terreno reduce la velocidad hasta un punto en el que se pone en peligro la estabilidad. El ciclista debe suministrar entonces la energía suficiente para alejar el riesgo. Un huracán tropical alcanza velocidades de locura y se tranquiliza hasta convertirse en una tormenta tropical debido también a la fricción. La fricción depende de la superficie (o longitud) a lo largo de la cual se produce el contacto entre dos materiales. La espiral, al empaquetar, ofrece grandes longitudes o superficies de contacto, pero, en general, de un material consigo mismo. La hélice, sin embargo, ofrece una buena manera de empaquetar un material en torno a otro material. Son las condiciones óptimas para que las fuerzas de fricción o de viscosidad hagan que un material se agarre al otro.

Sí, lo reconocemos, la hélice *agarra*. También empaqueta, porque se despliega sin alejarse de una recta (el eje de la hélice), pero sobre todo agarra. (De forma simétrica, la espiral también agarra, pero sobre todo empaqueta.) Es el caso de una cuerda enrollada en torno a un cilindro de, digamos, madera (figura 13.2). La fuerza de agarre entre la cuerda y su soporte de madera depende de dos cosas: la naturaleza de los materiales (el contacto de la madera rugosa con la fibra vegetal agarra más que el de la madera pulida con un sedal de nailon) y de la longitud a lo largo de la cual se establece el contacto de tales materia-

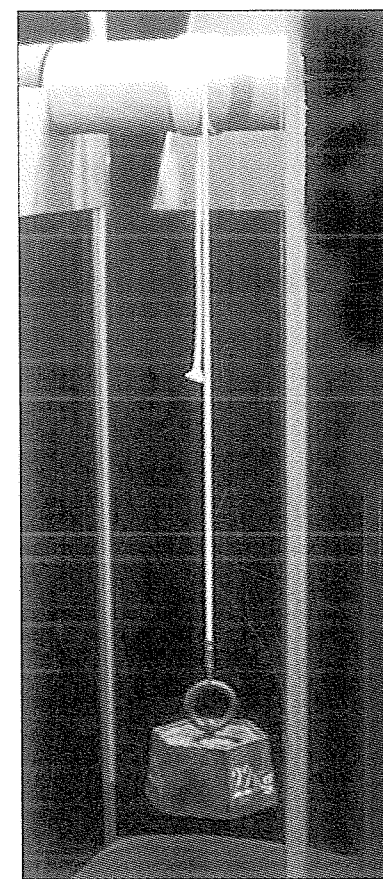


Figura 13.2. La ley de Euler en física: la fuerza de fricción de una cuerda enrollada en torno a un cilindro crece exponencialmente con el número de espiras de la hélice. La hélice agarra (fotografía del autor).

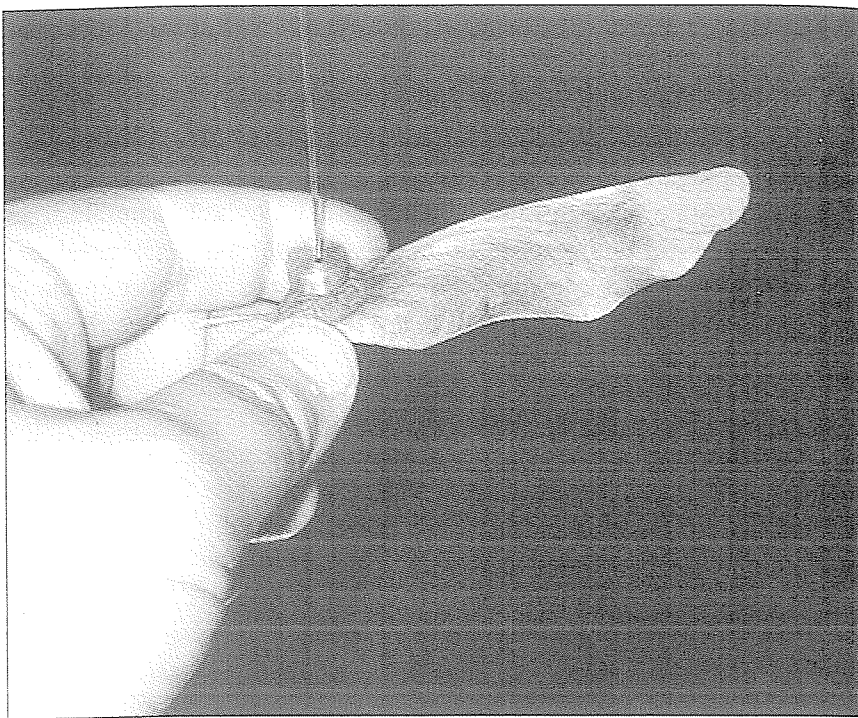


Figura 13.3. Semilla que, al caer, lo hace en hélice para agarrarse al aire y aumentar así su probabilidad de explorar nuevos territorios (fotografía del autor).

les. En física hay nombre para esto. Es la llamada ley de Euler. A diámetro del eje central constante, la longitud es directamente proporcional al número de espiras (número de vueltas de la cuerda en torno al palo central). Pues bien, la fuerza que hay que hacer desde un extremo para aguantar un peso que cuelga del otro decrece exponencialmente con el número de vueltas. Por ejemplo, se puede sostener un peso de veinticinco kilos con sólo tres o cuatro vueltas de cuerda en torno a un eje horizontal de madera de unos diez centímetros de diámetro. El efecto se acentúa espectacularmente, claro, al aumentar el diámetro del cilindro de madera.

Existen semillas (figura 13.3) que caen en hélice (13.4). Es decir, caen mientras giran sobre sí mismas, de modo que la trayectoria de un punto cualquiera de la semilla es una bellísima curva helicoidal. Está claro que la diferencia entre caer a plomo según la vertical y caer en

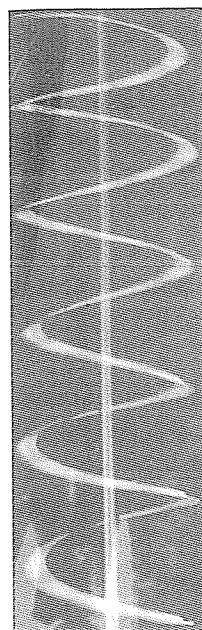


Figura 13.4. Trayectoria en hélice de una semilla (fotografía del autor).

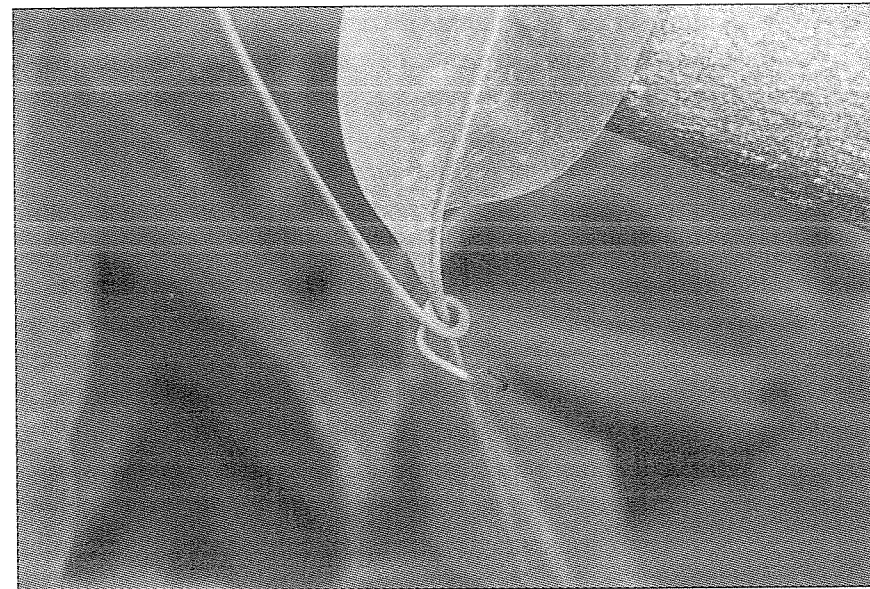


Figura 13.5. Zarcillo. Una selva tropical se sostiene con hélices (fotografía del autor).

hélice en torno a ésta radica en la duración de la caída. La segunda caída es más larga, la semilla tarda más en caer, se mantiene más tiempo en el aire. La semilla, al caer en hélice, se agarra al aire. ¿Qué puede ganar con ello la planta? Pues quizás aumentar la probabilidad de desplazarse a un nuevo territorio. Conquistar o explorar el espacio es justamente la *misión* de toda buena semilla. La selección natural favorece las formas de semilla que obligan a una caída en hélice. Las plantas que usan esta idea se propagan más y dejan más descendientes. Sutil ejemplo de hélice cumpliendo con su función de agarrar. En el lenguaje de nuestro esquema conceptual, la movilidad de las plantas es una subfunción del agarre que consigue una forma matemática llamada hélice.

Pero las plantas usan también la hélice para agarrarse físicamente entre sí. He aquí una sugerencia para sorprender a familiares y amigos durante una excursión campestre. En un paseo por cualquier camino que atraviese un área más o menos silvestre, se tarda poco en dar con el siguiente objeto: una mata en la que aparecen hojas de, como mínimo, dos formas distintas. Las hojas de una misma planta tienen todas la misma forma, por lo que en este caso se concluye enseguida que la mata está compuesta de dos plantas distintas bien agarradas la una a la otra (o la otra a la una). Delante de esta pequeña maravilla, uno puede ponerse de espaldas a la mata y, de cara a la audiencia acompañante, tomar con la mano una de las hojas y, sin mirar atrás, tirar con suavidad de ella mientras anuncia solemnemente: «Atención, atención, ¡la hélice!» (figura 13.5). Unos *ohs* y *ahs* de admiración serán el anuncio de que nuestra predicción a ciegas ha tenido éxito, que una hélice ha emergido a nuestras espaldas. En efecto, las plantas se agarran las unas a las otras y para ello la selección natural ha favorecido la hélice. La función de agarrar consagra una profusión de hélices en el mundo de las plantas, zarcillos, lianas... Basta sentarse un momento y mirar con buenos ojos, es decir, con *ojos helicoidales*, una selva tropical... todo se agarra en hélice. Hay algo de lo que no nos damos mucha cuenta al observar la espesura de una selva: la agresividad y la violencia que se esconden bajo la imagen aparentemente plácida de las hojas y ramas mecidas por la brisa. Si tuviéramos algo equivalente a la tecla de avance rápido de los reproductores de vídeo, algo que nos permita acelerar el curso natural de las cosas, nos quedaríamos atónitos ante el es-

pectáculo. La lucha por la luz convierte lo que a nuestro ritmo se nos antoja inmóvil en una sucia carrera, llena de trucos, por llegar a la primera fila de sol. No hay reglas. Todo vale. Encaramarse encima del vecino, estrangularlo, desplazarlo... Y en toda esta lucha sin cuartel la protagonista inevitable es la hélice. La hélice agarra. Si con una varita mágica hiciéramos desaparecer todas las hélices de la selva, el espectáculo tampoco tendría desperdicio. Sencillamente, la selva se vendría abajo con un enorme estrépito. Todo está, estaba, agarrado por hélices. En la naturaleza, la función de agarrar está confiada a una forma, la hélice.

En el mundo animal se dan buenas convergencias en torno a la hélice. Hemos comentado que casi todas las colas y trompas se guardan en espiral. Es decir, son espirales cuando no se usan pero ¿qué forma adoptan cuando se usan? Bien, depende de para qué se usen. Si una trompa se usa para ingresar o expulsar algún fluido, como la mariposa cuando liba, el mosquito cuando chupa sangre o el elefante cuando succiona agua, entonces la forma tiende a ser recta, la que menos resistencia ofrece al paso del material. Pero hay otro uso mucho más habitual de las colas y trompas. Es lo que hacen los elefantes con la trompa cuando tienen que mover un tronco o lo que hacen tantos monos con su cola (cuando necesitan sus cuatro extremidades para otra cosa): agarrar (figura 13.6). O sea, la mayor parte de las colas y trompas que se guardan en espiral se utilizan en hélice. El simpático hipocampo, el caballito de mar, nada con la cola en espiral, como la mariposa cuando vuela, o el elefante cuando camina, pero se agarra con la cola en hélice cuando lo que le interesa es que no se lo lleve la corriente. La hélice agarra también en el sentido de proporcionar resistencia a la tracción (figura 13.7). Un tendón, por ejemplo, no equivale sólo a una cinta elástica. Tiene toda una estructura jerárquica: tiene haces de fibrillas, las cuales se componen de subfibrillas hechas de microfibrillas que son en último término manojos de cadenas de aminoácidos enrolladas según hélices triples. [53] Como veremos en lo que sigue, muchos objetos de nuestra vida cotidiana se basan en esta misma idea.

Por su parte, la hélice culta sirve sobre todo para agarrar. La selección cultural converge en función con la selección natural. Bastan dos palabras para liquidar la cuestión: cuerdas y tornillos. Es la evidencia apabullante de nuestra vida cotidiana. Fabricamos tejidos trenzando hilos y los hilos son fibras (animales, vegetales o sintéticas) retorcidas en

torno de sí mismas. El tejido debe su consistencia al concepto «hélice». Las cuerdas y los cables son hélices de hélices. Una soga para sujetar un barco puede estar fabricada con una hélice de una hélice de una hélice de una hélice de una hélice de una hélice de una hélice (figura 13.8), y así hasta más de veinte veces. En las múltiples y largas longitudes de fricción a diferentes niveles descansa la resistencia de este invento a las fuerzas de tracción.

La hélice agarra y el tornillo es un auténtico himno a esta afirmación (figura 13.9). La diversidad de tornillos en cuanto a materiales, ta-

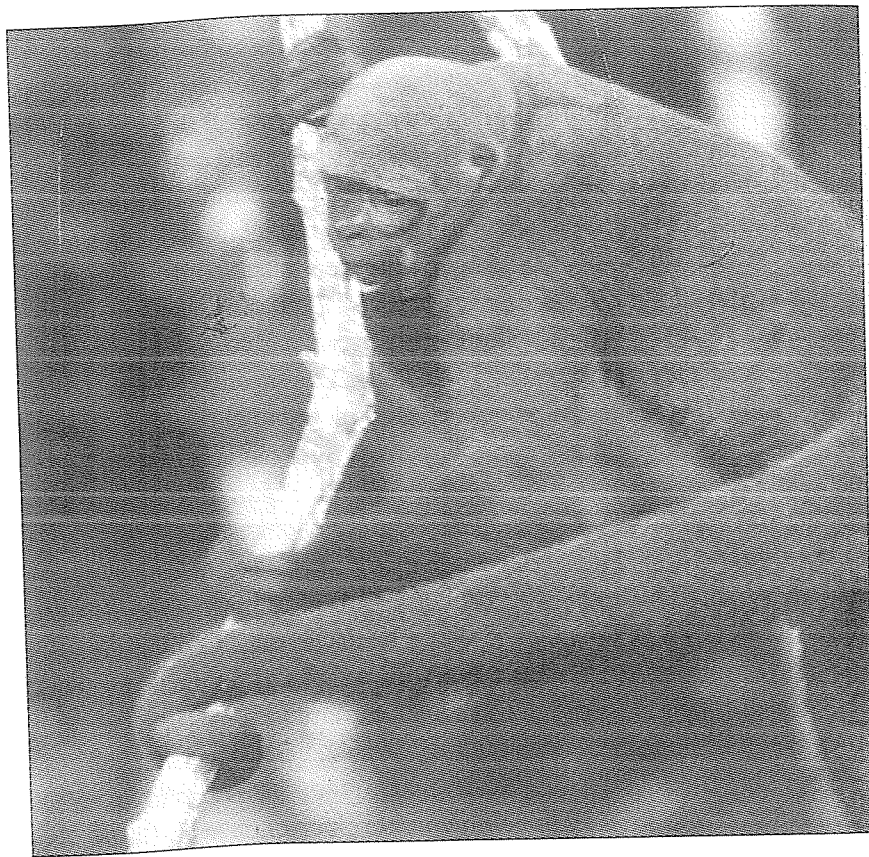


Figura 13.6. Mono barrigudo del Amazonas sujetándose con una hélice de su cola de poco más de una vuelta. Las colas se guardan en espiral, pero se usan en hélice (fotografía del autor).



Figura 13.7. Huevo de tiburón sujetándose con vueltas de hélice (fotografía del autor).

maños y formas es espectacular, tanto como la diversidad de las cuerdas. Pero la función es una: agarrar. Podemos repetir aquí un experimento mental similar al propuesto en el caso de la selva. Si con una varita mágica enunciáramos el deseo de que desapareciesen todas las hélices de Barcelona, entonces la ciudad se vendría abajo en un instante. Sin sus hélices, cualquier ciudad se hundiría en segundos hasta quedar en un plano.

La figura 13.1, con la que hemos abierto este capítulo, muestra un caso muy visible en las vallas de las fincas en el litoral brasileño. Es

una hélice natural enroscándose en una hélice cultural. Se diría que se plagian mutuamente en la función de agarrar.

La capacidad de agarre de las hélices naturales tampoco escapó a la penetrante intuición científica del arquitecto Gaudí durante sus paseos. Gaudí debió de observar la estructura helicoidal que el tronco de un árbol suele esconder bajo su corteza (y a veces en ella misma). Un árbol es un cilindro. Se trata de una figura de simetría circular. Un cilindro es quizá lo más esférico que se puede ser cuando la gravedad y la luz del sol rompen la isotropía del entorno... Pero un cilindro dispuesto verticalmente en un campo gravitatorio tiene un problema, un problema con nombre: el pandeo. En efecto, en la práctica no se pueden eliminar del todo los componentes horizontales de las fuerzas. De modo que, por pequeños que éstos sean, poco a poco y a la larga, el objeto cilíndrico acaba echando barriga. Se pandea. Hay como mínimo dos soluciones a este inconveniente. Son dos soluciones basadas en la propiedad llamada «forma». Una es el cono. En mayor o menor medida, casi todos los troncos de árboles son cónicos. El diámetro de la base es mayor que el de la punta. La otra solución es la hélice. Los troncos de muchos árboles se retuercen sobre sí mismos.

Gaudí construyó columnas helicoidales, como las famosas del Parque Güell de Barcelona (véase, más adelante, la figura 19.12). Pero Gaudí nos depara aún otra sorpresa helicoidal. Una sorpresa grande. Me lo hizo notar mi amigo Hernán Crespo, dos segundos después de descubrirlo él mismo, un día que me acompañó para fotografiar la fachada del edificio de La Pedrera en Barcelona. Ahí estábamos, parados delante de la fachada, rodeados de turistas, y observándola a través de la cámara con el propósito de añadir una especie de *postscriptum* gaudiniano a nuestra exposición sobre las formas. La forja de hierro del balcón central del piso principal exhibe una forma bien clara para el observador atento: es una doble hélice (!?) (véase, más adelante, la figura 19.13). No aparece en ningún otro lugar de la arquitectura de Gaudí. Se acaba de celebrar el cincuenta aniversario del descubrimiento de la estructura del ADN por parte de Watson y Crick, probablemente el descubrimiento científico más importante del siglo xx. Una doble hélice ya era una forma sorprendente en aquella época. Un buen observador se da cuenta de que los árboles se retuercen sobre sí mismos. Pero no hay dobles hélices en la naturaleza que sean visibles a simple vista. Así que, ¿de dónde saca Gaudí la idea de

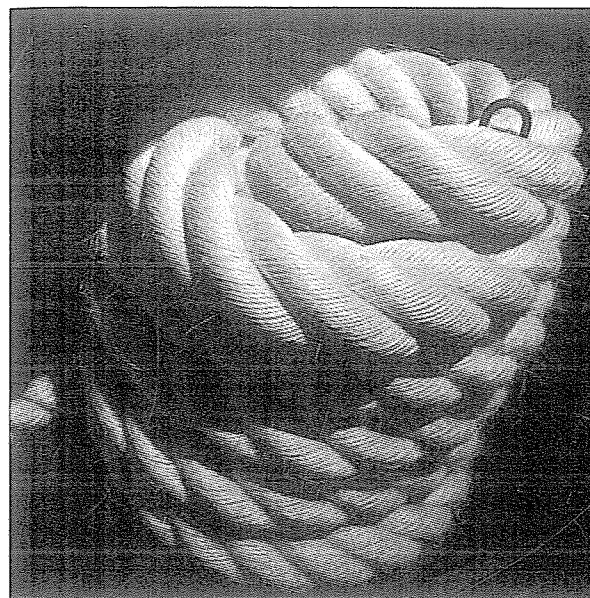


Figura 13.8. Una sogá es una hélice de una hélice de una hélice... Lo mismo ocurre con las fibras de las ropas que vestimos (fotografía del autor).

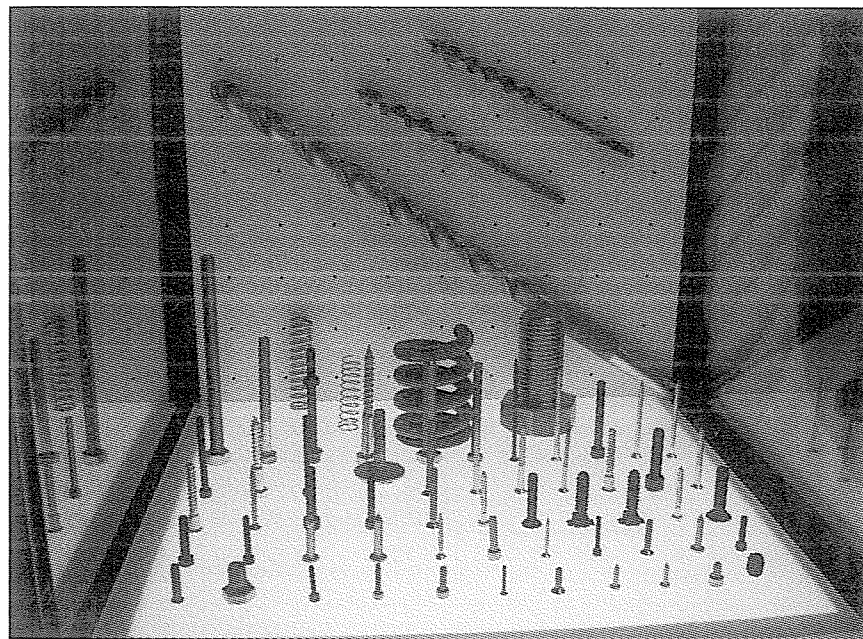


Figura 13.9. Tornillos del taller de mantenimiento del Museu de la Ciència de Barcelona. Todo lo que nos rodea se sostiene con tornillos (fotografía del autor).

una única doble hélice para el balcón de la vivienda más importante del edificio de viviendas más importante que jamás diseñara? Sólo podemos especular. Creo que Gaudí tenía una intuición científica muy especial. Hablaremos de ella en el epílogo. Gaudí debió de intuir que la hélice agarra muy bien y que no empaqueta mal. Empaquetar y agarrar (guardar y blindar). ¿No es eso lo que cualquiera haría con un tesoro? ¿Y por qué doble? Si se trata de un tesoro que se hereda, que se transmite, entonces mejor que incluya el concepto de «copia»...

En suma, la hélice agarra. También empaqueta, por lo que una hélice enrollada sobre sí misma es una magnífica idea para guardar algo con cierta seguridad... Todo eso, y no otra cosa, es empezar a comprender la hélice.

14 El ángulo penetra...

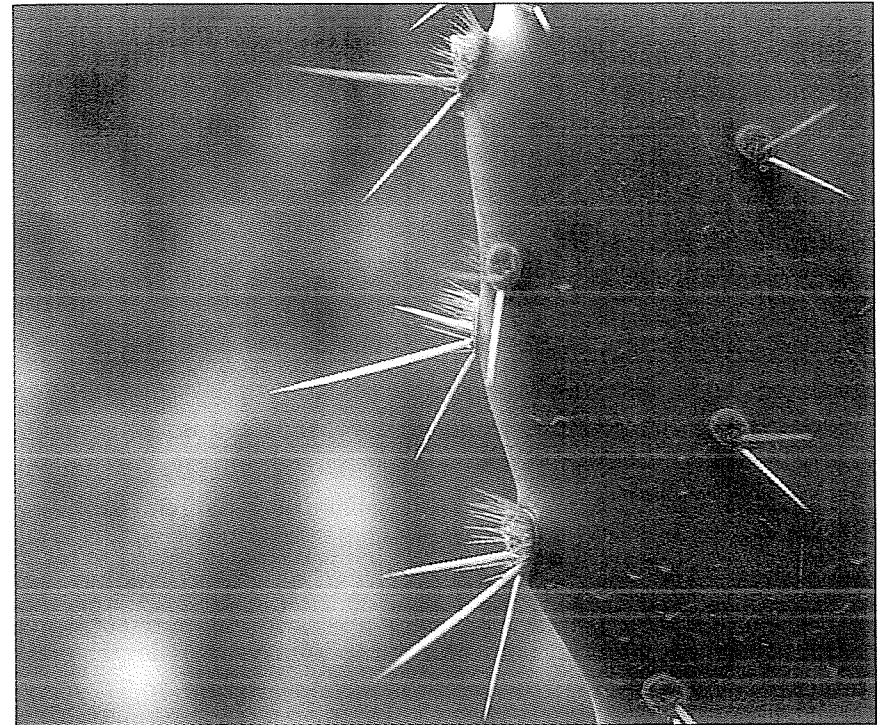


Figura 14.1. Las espinas del cacto son hojas que la selección natural ha empujado hacia la forma de punta (fotografía del autor).

El cono es un gran generador de formas matemáticas. Cortando una superficie cónica por una superficie plana, por ejemplo, se puede obtener la circunferencia (cuando el plano es paralelo a la base del cono), la elipse (cuando el plano incide según una dirección que está entre el plano paralelo a la base y la dirección de la generatriz del cono), la parábola (cuando el plano incide según una dirección que está entre la generatriz del cono y la dirección perpendicular a su base), la hipérbola (cuando el plano incide según la perpendicular a la base del cono)... Por algo las formas de esta familia se llaman *cónicas*. Por ello, en una copa de cava cónica, la superficie del líquido forma una circunferencia si la copa está perfectamente vertical y una elipse en cualquier otro caso. Por ello, cuando afilamos un lápiz de sección hexagonal u octogonal con un sacapuntas cónico, las separaciones entre el cono de la punta del lápiz y cada uno de los planos laterales son pequeños fragmentos de hipérbola. Por ello, es muy frecuente que los focos de luz proyecten parábolas en la pared cuando se disponen para crear la llamada «luz indirecta». Son formas que, como se ve, se pueden obtener fácilmente del cono. En el epílogo primero de este ensayo, a la hora de la síntesis, nos hemos referido a esta noble y aristocrática familia de curvas, las cónicas. De momento, centremos nuestra atención en un lugar bien singular del cono. Es un punto bien destacado: la punta.

La punta de un cono, la punta de un triángulo, la punta de un ángulo, la punta de cualquier cosa es un punto donde convergen líneas, superficies y volúmenes. Por lo tanto, cualquier cosa (materiales, cargas, fuerzas...) que se distribuya sobre líneas, superficies o volúmenes se concentra a medida que se acerca a la punta. Ya está dicho, *la punta concentra*, sobre todo concentra. Puede concentrar materiales, en cuyo caso podríamos denominarlo «efecto embudo» (figura 14.2), puede concentrar fuerzas, en cuyo caso merecería el apelativo de «efecto aguja» o «efecto filo», puede concentrar cargas eléctricas, que es el «efecto punta» de los pararrayos (las cargas en un conductor no se distribuyen uniformemente, sino que se concentran en las puntas o en las regiones afiladas).

En el mundo inerte, la punta o el filo puede darse de varias maneras. Una muy verosímil es la simple fractura de un objeto sólido y duro. Ha habido tantas ocasiones en la historia del planeta para que ello ocurra que cuesta poco imaginarse cómo hizo el *Homo habilis* para descubrir

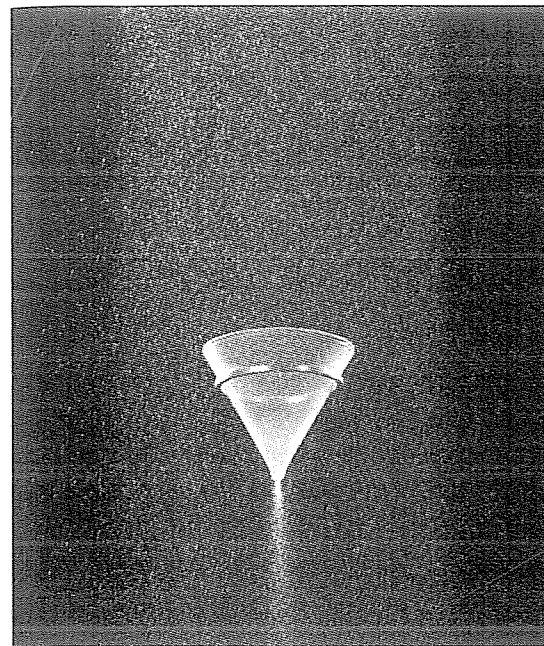


Figura 14.2. Lluvia de arena concentrada por un embudo. El ángulo concentra (colección MCFLC, fotografía de Sergio Parra).

la industria lítica. Con ello se inicia una larga historia que llega hasta nuestros días y que bien podría titularse *En busca del filo*. Pero antes de tratar la selección cultural de la punta y el filo, digamos que ambos pueden crearse también, espontánea y lentamente, como consecuencia de un proceso de crecimiento o cristalización. Mientras la erosión no lo castigue, el perfil agudo de una roca o la punta de un cristal de cuarzo penetra todo aquello que, siendo menos duro, presione sobre esta forma. Así se confeccionan, por ejemplo, las escalas de dureza.

El ángulo, el cono, la punta (en su versión cóncava o convexa) concentran. Pero si lo que se concentran son fuerzas, entonces podemos anunciar que el *ángulo penetra*. Así se comprende la presencia masiva de puntas en el mundo vivo. Afilarse significa buscar la máxima concentración de fuerzas. Eso tiene un nombre en física: presión. La presión no es otra cosa que la fuerza por unidad de superficie o, si se quiere, la fuerza resultante que se ejerce sobre una superficie dividida por el valor de dicha superficie. Con fuerza constante, se puede aumentar la presión por el viejo truco de disminuir la superficie de aplicación de la fuerza. A menos superficie, más presión. Tres pesos iguales

sobre tres puntas de distinta superficie (más romas o más agudas) muestran claramente que a más agudeza, más penetración. Cuanto menor sea la superficie de contacto, mayor será la concentración de la fuerza (mayor será la presión, es decir, la fuerza por unidad de superficie) y, por lo tanto, mayor será también la penetración. Por eso pincha una aguja: el menor esfuerzo hace que ésta atraviese la piel.

La selección natural bendice esta idea con entusiasmo. ¿Se puede pensar en algo más idóneo a la hora de comer y no ser comido? La punta se prodiga por doquier en el mundo vivo. Lo importante es pinchar para atacar, pinchar para defenderse. Lo que no importa tanto es la particular manera de hacerse con una punta. Lo común, lo que converge, es la punta, punta para penetrar.

El mundo vegetal y animal exhibe puntas de las más impensables procedencias. Las plantas usan las puntas para (sobre todo) defenderse de (sobre todo) los animales. Los animales usan las puntas para atacar y para defenderse, y para un rico sinfín de subfunciones de la penetración (comer, excavar, agarrarse...). Ante una amenaza, las plantas no pueden optar, claro está, por la huida. Una manera, aunque no la única, de desanimar a los animales que se interesan por sus tallos tiernos, hojas o frutos consiste en una defensa pasiva *preparada* a base de puntas. Son las púas y espinas de tantos arbustos y árboles. Las puntas penetran gracias a la forma y por la fuerza de reacción que hace el infortunado animal cuando presiona voluntaria o involuntariamente la planta en busca de su sustento. El material de que está hecha la punta es variadísimo. Ciertos árboles fabrican púas durísimas deformando la corteza del tronco (figura 14.3). Las temibles púas de los cactus, en cambio, proceden de las hojas (véase la figura inicial de este capítulo, 14.1). Mejor dicho, son hojas deformadas. El concepto «corteza» y el concepto «hoja» suelen exhibir formas muy características y generales que están muy lejos de la forma penetrante. La selección natural las favorece y consagra porque pinchan.

En el reino animal, la punta se consolida con la función de pinchar (figura 14.4) y con una enorme variedad de subfunciones derivadas: dientes para cortar, como los incisivos; dientes para pinchar y desgarrar, como los colmillos; uñas para arañar o para clavarse, garras para agarrar la presa, garras para agarrarse al terreno, como los clavos de la zapatilla de un velocista olímpico, garras para abrir y desgarrar las car-

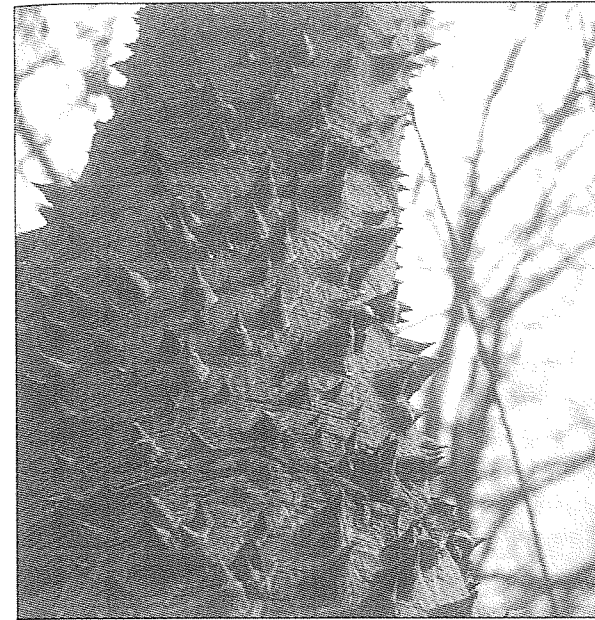


Figura 14.3. Las púas de este árbol son el resultado de una deformación de la corteza (fotografía del autor).

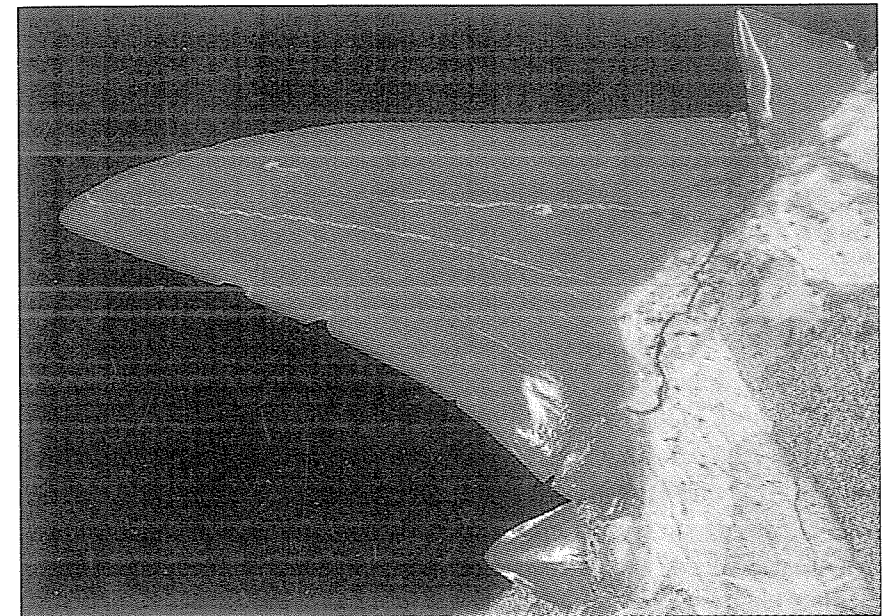


Figura 14.4. Dientes de tiburón. El ángulo también concentra fuerzas, en tal caso, el ángulo penetra. La selección natural favorece la punta para comer y no ser comido (fotografía del autor).

nes, cuernos para defensa, cuernos para presumir, porque está claro que podrían llegar a pinchar, espadas y lanzas para intimidar porque pinchan o parecen capaces de hacerlo, púas para pinchar, como las del erizo o el puerco espín, penes para penetrar... Cortar, pinchar, agarrar y desgarrar son subfunciones de la función de penetrar que ayudan tanto a la hora de comer como de no ser comido. En el reino animal y vegetal, las puntas proceden a menudo de otras utilidades, es decir, son el resultado de reselecciones naturales. La evolución lo aprovecha todo y, en muchas ocasiones, sus logros parecen auténticas chapuzas. Los cuernos, por ejemplo, pueden ser el resultado de una transformación de la piel, del pelo, o incluso de un diente. El formidable cuerno del narval es un buen ejemplo de dos de las formas tratadas aquí, la hélice (resistencia) y la punta (penetrabilidad), aunque nadie sabe a ciencia cierta cuál es la función principal de tan espectacular apéndice (seguramente presumir). Las garras sirven para evitar resbalar al correr (como los clavos de las zapatillas de los velocistas olímpicos), para agarrar, para herir... Los dientes pueden tener, como se sabe, diferentes funciones: pinchar, cortar, desgarrar, masticar, moler... Algunas especies de los mamíferos xenartros (perezosos, osos hormigueros y armadillos) tienen los dientes sin esmalte y en constante crecimiento. La solución es brillante, pues los dientes adquieren la forma que más conviene según el uso que se les da. Si se corta con ellos se deforman, de modo que cada vez cortan mejor. Y lo mismo cabe decir de las piezas dentales que por moler muelen cada vez mejor, o que por pinchar pinchan cada día más. Curioso sistema del que se podría decir por fin que la *función hace al órgano*. Por una vez se puede hacer la broma: la selección darwiniana favorece un mecanismo lamarckiano.

El gliptodonte, un armadillo gigante de la megafauna argentina extinguido en el Pleistoceno, es un caso que exhibe varias de las formas favoritas de la naturaleza: hexágonos en su caparazón, como tantas tortugas, quizás una catenaria en su perfil (la comentaremos más adelante), y las puntas de su terrible cola, rematada con una especie de porra con puntas al estilo de las de los gladiadores romanos y ciertos guerreros medievales. ¿Qué animal no usa la punta para penetrar? La usan desde los microscópicos copépodos hasta los gigantes *Triceratops*.

Llegamos así a la selección cultural. Antes hemos citado al *Homo habilis* como el primer ser vivo que selecciona (culturalmente) la punta

para penetrar. Quizá no sea del todo justo. El gran naturalista y etólogo Jordi Sabater Pi [54] nos hizo saber en 1974 que los chimpancés tienen cultura. La prueba era nada menos que la selección cultural de ramas que estos animales introducen en los termiteros y hormigueros para capturar insectos. Los chimpancés incluso preparan y reparan sus herramientas para que puedan cumplir bien su función de penetrar. La industria lítica humana consigue que una piedra prolongue los resultados de un brazo rematado con la buena idea de una mano. Los homínidos dieron un gran salto con esta contribución del *Homo habilis*. ¿Un salto de qué? Podemos declararlo sin complejos (con la definición que hemos adelantado): un salto de progreso. No es difícil dramatizar el gran descubrimiento. Un homínido de hace dos millones de años se corta (accidentalmente) con un canto (también accidentalmente) afilado de una piedra. Mientras la sangre le mana a borbotones, el homínido *comprende* la relevancia de lo que está viendo. Lo que está viendo tiene en común muchas cosas con otras muchas de sus necesidades cotidianas. Esta reflexión le permite comprender y, por lo tanto, anticipar. Pinchar, cortar. Las cosas ya no serían nunca como antes. Con la punta y el filo, ¡dos formas de la superficie de los objetos!, el homínido progresa porque gana independencia de la incertidumbre del entorno. La probabilidad de cazar para su sustento aumenta. Las operaciones que puede hacer con la pieza cazada son más y de mejor calidad: despellejar, cortar la carne, romper los huesos... La capacidad de defensa también aumenta. La consagración de la punta y el filo arrancan ahí, alcanzan una perfección notable en el Paleolítico medio (figura 14.5) y no deja nunca de evolucionar, como se puede comprobar en una caja de herramientas actual o en el instrumental quirúrgico moderno.

La historia de la humanidad respecto del dominio de la materia se divide de hecho en tres grandes edades. Desde el lejano *Homo habilis* hasta la Edad del Bronce prácticamente sólo se *formaba* la materia, es decir, se daba forma a un material encontrado como el sílex. La forma definía la función de una flecha, un rascador, un hacha, un cuchillo. La historia del progreso de la tecnología se medía por el logro de mejores filos y mejores puntas, mejores en el sentido de mayor poder de concentración de fuerzas (mayor presión por menor superficie) y mejores en el sentido de mayor resistencia. El reto tiene su gracia, pues ambos avances parecen contradecirse. Las puntas de flecha de piedra debían



Figura 14.5. Bifaz musteriense (Paleolítico medio, entre 120.000 y 600.000 años) procedente de la Dordoña, Francia. Para pinchar, cortar, perforar y rascar conviene concentrar fuerzas en un filo o en una punta (fotografía de Denis Dairat).

de romperse y perderse con mucha facilidad. Una línea de progreso consiste en la mejora de los materiales: el hueso, el bronce, el hierro, el acero... Otra es la mejora de las técnicas de afilado. Llegaron luego otras dos edades importantes. Una fue la edad de *transformar* la materia. Es la edad de las aleaciones, de la alquimia y de la química, una edad que llega hasta el mismísimo siglo xx de nuestra era. Hoy estamos en la edad de *inventar* la materia. En efecto, desde que podemos acceder al nivel molecular y atómico de la materia, podemos diseñar materiales a la carta, es decir, primero hacemos una lista de propiedades y luego buscamos un material, que no existe espontáneamente en la naturaleza, y tratamos de sintetizarlo. Sin embargo, basta darse una vuelta por una moderna ferretería para constatar que la punta y el filo siguen siendo (junto con la hélice de los tornillos) las formas más trascendentales para toda clase de (sub)funciones. Tampoco está de más darse una vuelta por un museo militar bien surtido, como el de Montjuïc, en Barcelona, para marearse con la diversidad de formas que se han inventado para bayonetas, dagas, sables, espadas y demás instrumentos de pinchar con más o menos fuerza y precisión.

La punta concentra otras cosas además de fuerzas, y la selección cultural lo sabe bien. La punta concentra cargas eléctricas. El efecto se usa en antenas y pararrayos. Pero la punta también tiene la función de concentrar la atención para muchas subfunciones interesantes. La punta afina la precisión de ciertos movimientos. Es cosa de especialistas. Las pinzas, por ejemplo, sirven para asir y en ocasiones interesa asir algo con velocidad y extrema precisión. La selección natural también lo sabe bien. Basta atender a la forma de los picos de los pájaros. El pico de un gorrión o de una gallina no es demasiado afilado. No son especialistas. Más bien al contrario. Pican de todo. Sin embargo, una garceta blanca, y tantas otras aves acuáticas, deben acertar a un pez desde fuera del agua a la primera (no hay muchas segundas oportunidades de una misma presa). Su pico es más largo y afilado. En los archivos del Museo de Historia Natural de Belo Horizonte (Brasil) hay una irrepetible colección de mandíbulas del orden más diverso de mamíferos, los xenartros, desde los extintos y temibles perezosos gigantes (el *Eremotherium clavicaudatus*) hasta los simpáticos osos hormigueros. No sería difícil ordenar la especialización por la agudeza de sus mandíbulas. Cuando se trata de recoger cualquier cosa, el recogedor

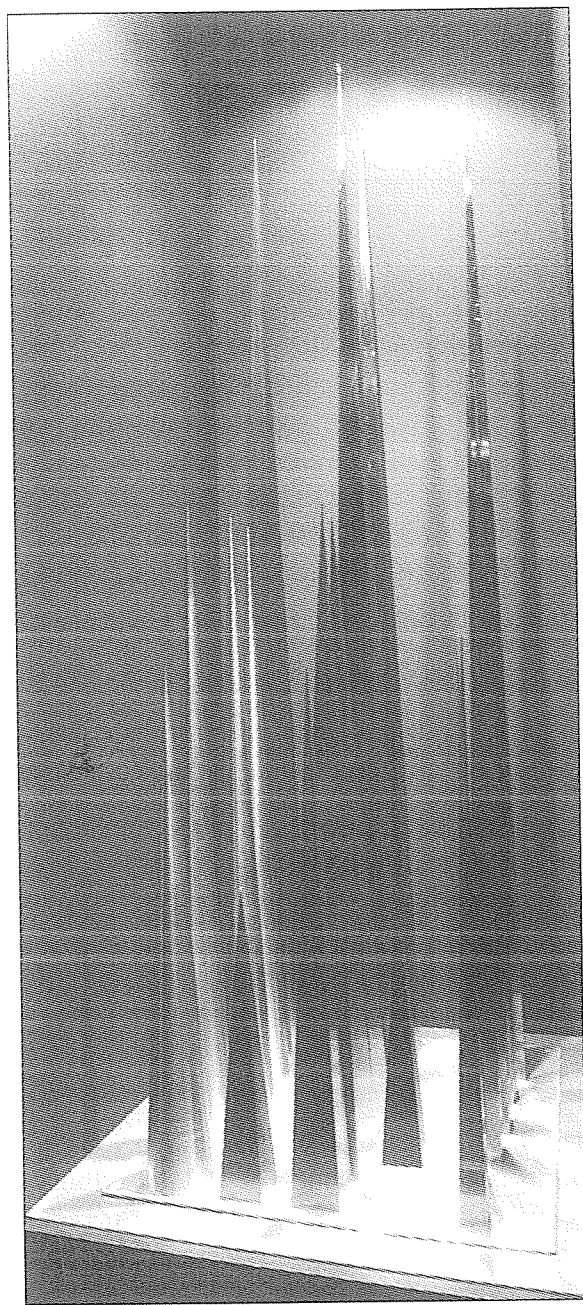


Figura 14.6. Escultura de Xavier Corberó. O la obsesión por la punta perfecta... (fotografía de Sergio Parra).

frontal es romo. A medida que crece la necesidad de seleccionar lo que se recoge, el recogedor se agudiza. El oso hormiguero, como su nombre indica, es ya el colmo de la precisión y la especialización. La selección cultural converge también en este detalle. Un vistazo a la forma de unas pinzas basta para adivinar el grado de especialización y precisión para el que se han diseñado.

Otro instrumento culto de precisión se usa para concentrar (o retirar) cierto material sobre una superficie. Es el problema que crea una de las prestaciones más prestigiosas del ser humano que marca la frontera entre su prehistoria y su historia: la escritura. Del cincel para grabados rupestres o jeroglíficos al instrumento para dibujar signos cuneiformes en el barro fresco, a la pluma de ave para escribir con tinta, la estilográfica o la moderna impresora de inyección, a la hora de la verdad, todos usan una punta para escribir. El bolígrafo aún la esfera para rodar con su mínimo tamaño, que hace que además de esfera sea punta.

Sobre el ángulo y la punta en arquitectura podría escribirse más de un libro. Piénsese sólo en los remates de tantas casas y rascacielos. El clásico tejado que pintan los niños en sus dibujos es un ángulo invertido que cumple la función inversa de concentrar (dispersar la nieve y el agua). El arte también rinde homenaje al concepto «punta». Citaré un solo caso que me conmueve: la escultura de Xavier Corberó, *Pirámides* y *Conos* (figura 14.6). Todo empieza en una cena en el irrepetible taller-vivienda-fundación del artista y acaba con esta magnífica pieza que ilustra la punta culta en la exposición del museo.

En suma, donde hay punta hay concentración y, con frecuencia, alguna clase de penetración. Moverse a través del aire o del agua requiere penetrar en el aire o en el agua. Un cohete, una embarcación, un avión, etcétera (que no una nave espacial) necesitan penetrar un fluido. Es el caso de una bala, una flecha, un pájaro o un pez. La forma particular de sus puntas no dejará muchas dudas sobre las velocidades que pretende alcanzar en sus desplazamientos. Todo eso, y no otra cosa, es empezar a comprender las puntas.



Figura 15.1. Ondas laterales de un pez nadando. Todos los peces y reptiles se mueven según ondas transversales. Todos los mamíferos acuáticos nadan según ondas transversales verticales. Los gusanos se desplazan según ondas longitudinales (fotografía del autor).

El universo está casi vacío. Por término medio, en esta enorme realidad existe un átomo por cada dieciséis metros cúbicos de espacio. La densidad media es de $2 \times 10^{26} \text{ kg/m}^3$, unas 10^{27} veces menos que la densidad media de nuestro planeta. Pero lo importante es su transparencia al paso de fotones. Hay unos 500 millones de fotones por metro cúbico. La luz que nos llega de estrellas y galaxias es radiación electromagnética. En otras palabras, desde que el universo se hizo transparente, poco tiempo después de su nacimiento, la selección fundamental ha permitido que las ondas trasladaran la energía por el espacio. Así llega la energía a la Tierra, la energía que necesita la vida y la energía que alimenta la incertidumbre de su entorno agitando la atmósfera y los océanos. La radiación solar es la onda fundamental más relevante de nuestra realidad y su función primera es desplazar la energía. No hay perturbación en el planeta que no se desplace según las leyes del movimiento ondulatorio.

El mundo inerte está plagado de ondas de todas clases propagándose en todas direcciones. Cuando en las entrañas de la Tierra una masa se desliza sobre otra, se generan ondas sísmicas que estremecen la superficie y que se detectan en cualquier punto de la esfera planetaria. La energía del sol crea gradientes de temperatura que generan vientos que arrancan ondas en la superficie de mares y océanos, ondas que con frecuencia quedan *grabadas* en la arena del fondo del mar o de las playas cuando baja la marea. Incluso existen fósiles de este fenómeno correspondientes a épocas remotísimas. Cuando un cuerpo golpea a otro se generan vibraciones que se propagan a través del aire. Es el sonido. El sonido, claro, es anterior a cualquier dispositivo, natural o artificial, capaz de percibirlo, medirlo o interpretarlo. El sonido se propaga según ondas longitudinales, es decir, ondas en el plano que contiene la propia dirección de propagación. En contraste, la luz se propaga según ondas transversales, es decir, ondas en planos perpendiculares a la dirección de propagación. Para que suene, un instrumento musical tiene que hacer vibrar algo, una membrana, una cuerda, una columna de aire... Se puede ver con facilidad la onda que genera la vibración de una cuerda tensada entre dos puntos (como la de un violín o una guitarra). Basta iluminar el fenómeno con una luz estroboscópica con la frecuencia apropiada. En el mundo inerte, las ondas desplazan energía de todas clases, energía lumínica, energía sonora y en ocasiones, incluso materia...

Un caso sorprendente de desplazamiento ondulatorio en la materia inerte ya lo hemos citado con ocasión de otra forma, la espiral. Se trata de la reacción de Belousov-Zhabotinski. No es un transporte en el sentido usual del término, transporte físico de moléculas de un lado a otro. Una variable, que representa la concentración de cierto producto químico, sigue una onda que se propaga en el espacio como lo haría la onda provocada por el impacto de una piedra en un estanque tranquilo. La concentración de la sustancia en un punto del espacio cambia por dos razones: porque se ha generado o consumido en un proceso químico, o porque se ha difundido (ha llegado o ha emigrado) desde las inmediaciones de ese punto. Se llaman fenómenos de reacción-difusión. Son bien conocidos en la termodinámica del no equilibrio porque, dadas unas especiales condiciones iniciales y de contorno, el sistema puede entrar en un régimen ordenado y coherente a partir de una situación de flagrante desorden. Los físicos suelen describir estas situaciones, quizá con excesivo entusiasmo, como la emergencia del orden a partir del caos. La reacción de Belousov-Zhabotinski es ciertamente espectacular y uno tiene la sensación, cuando la contempla, del riesgo que comportaría ofrecer una demostración a los amigos en la Edad Media, incluso en algunos ambientes del Renacimiento. El proceso podría interesar en efecto a los delatores de la Santa Inquisición y uno podría dar fácilmente con sus huesos en la hoguera. Si se cuidan las concentraciones (críticas) impuestas desde el exterior, en el reactor nace y se desarrolla una forma de orden a partir de fluctuaciones espontáneas desordenadas. Son ondas químicas cuyas evoluciones parecen contradecir nuestras intuiciones alimentadas por los procesos que tienen a bien respetar el segundo principio de la termodinámica. Las especies químicas protagonistas son los iones de cerio, Ce^{+3} y Ce^{+4} , que pueden visualizarse con ferroína, de modo que la presencia de uno de los iones se observa de color rojo y la otra de color azul. Cuando se inicia la reacción, que involucra el ácido malónico, el contenido del reactor se observa transparente e incoloro. Sin embargo, afinando las condiciones de contorno, empiezan a aparecer y desaparecer nubecitas rojas y azules en distintos puntos del espacio. Se diría que la materia inerte respira. El ritmo se afianza poco a poco y el sistema deriva paulatinamente a un estado estacionario lleno de caprichosas espirales. La termodinámica del equilibrio anuncia procesos del orden al caos, pero

en un sistema abierto y sin violar ninguna ley fundamental ocurre lo contrario, del caos al orden. ¡La materia inerte se ordena espontáneamente! [55]

El fenómeno consiste en la generación de una onda química de concentración que luego se propaga por el espacio. En ciertas condiciones (de lo que hemos llamado la nervura de lo real en la primera parte), el sistema entra en un régimen de orden. Entre otras cosas, aparecen correlaciones espaciales en un sistema que antes era una sopa homogénea. En otras palabras: emerge una armonía, una clase de coherencia entre las distintas partes de un todo. Se puede decir, sin abusar del lenguaje, que puntos distantes en el espacio se comunican químicamente, o sea, se comunican mediante una onda química. En este caso, la onda desplaza información, como mínimo eso. Quizá se inicie así el camino de una nueva *individualidad*, porque tal coherencia ocurre dentro del sistema y no fuera de él. La selección fundamental hace que la estabilidad del sistema requiera una onda que *mueva* la concentración de una sustancia, que la estabilidad (en este caso un auténtico estado estacionario termodinámico de no equilibrio) implique la comunicación entre las partes. No hay duda. En el mundo inerte, la onda mueve y, en consecuencia, a veces comunica...

Al nadar, los peces, todos los peces sin excepción, avanzan moviendo el cuerpo (sobre todo, la cola) según ondas transversales laterales (véase la figura 15.1 al comienzo de este capítulo). Más que eso: lo mismo hacen todos los reptiles. Se reptan según una onda lateral. Al nadar, los mamíferos acuáticos avanzan moviendo el cuerpo (sobre todo la cola) según ondas transversales verticales. Y los gusanos, en general, avanzan contrayendo y dilatando el cuerpo según ondas longitudinales, en el sentido del movimiento.

Hay un detalle de gran trascendencia para que la realidad ofrezca una opción a la selección fundamental de ondas. Se trata del carácter extremadamente crítico del tamaño del escenario para que la onda emerja. En efecto, si el reactor es demasiado pequeño, el comportamiento ondulatorio no aparece. Tampoco si es demasiado grande. Y el margen es relativamente estrecho. Por todo ello, la onda química no es demasiado probable en la realidad inerte. Por eso es extraordinario, por eso nos hace reír o nos asusta la primera vez que lo vemos (otra idea interesante de Feynman: si algo nos hace reír, como un bañista que

emerge de la piscina y acaba seco en el trampolín con los brazos en cruz, es porque viola o burla nuestra intuición de las leyes fundamentales de la naturaleza). Según el esquema conceptual de la primera parte, diríamos que la Constitución de la realidad en la que emergen las ondas es muy estrecha. Quizá la selección natural cambie las cosas. Quizá la selección natural distorsione la criticalidad de la realidad inerte para que en ella aumente la emergencia de ondas y de orden.

En el mundo inerte, las ondas químicas son muy improbables. La buena pregunta ahora es: ¿lo son menos en el mundo vivo? Es decir: ¿favorece la selección natural la consolidación de ondas químicas? Y otra buena pregunta: ¿cuál es la función más frecuente de una onda química en la materia viva?; ¿sigue siendo generar orden, desplazar o comunicar? Empezamos a comprender la onda.

Existen algunos casos extraordinarios de ondas químicas en sistemas vivos. El más conocido es sin duda el microorganismo *Dictyostelium discoideum*, que se agrega formando unas espirales características muy similares a las que se observan en la reacción de Belousov-Zhabotinsky cuando ésta tiene lugar en la geometría plana y simétrica de, por ejemplo, una placa de Petri. Tales pautas son la traducción a mayor escala de la comunicación química que se establece entre las amebas mediante una sustancia llamada AMP cíclico. Cada ameba actúa aquí como un punto del espacio que define una coherencia mayor, la del agregado, un agregado que no es un simple montón de células, sino una nueva estructura de acaso un nivel superior de la jerarquía biológica. ¿Estamos ante un camino para escalar la complejidad hacia los niveles organizados? El papel de la selección natural favoreciendo ondas que comunican el espacio interior de una nueva individualidad parece trascendente. Pero lo extraordinario de las ondas químicas en el mundo vivo es justamente el hecho de que se hagan ordinarias. Un ciclo tan general y frecuente del metabolismo microbiano como el de la glucólisis presenta un comportamiento muy similar al descrito. Primero, en 1972, se describieron las soluciones en forma de ondas químicas de las ecuaciones de reacción-difusión [56] y luego, en 1974, ¡se detectaron en el laboratorio para estrechas condiciones de contorno! [57]. Es el máximo gozo en ciencia, anticiparse a la realidad con una teoría.

El ciclo de la glucólisis no sólo es esencial para el mantenimiento de la vida en este nivel fundamental, también sirve para comunicar quí-

micamente unas células con otras y, quizá, a la larga, para crear un superorganismo bacteriano. Durante los trabajos para mi tesis doctoral tuve la ocasión de comprobar, con la ayuda de un microcalorímetro de precisión que nos construimos en el propio laboratorio, cómo una población de bacterias adoptaba un ritmo químico colectivo. Lo más notable (y al mismo tiempo sensato) es que las bacterias no inventan una química nueva o especial para ello. Usan su propio metabolismo. Con él crean ondas y se sincronizan para constituir un agregado cuando las condiciones ambientales se hacen demasiado desfavorables [47]. Atención: la selección natural actúa sobre un resultado de la selección fundamental con posibilidades para un salto progresivo hacia un superorganismo. El fenómeno se parece a la pelota de bacterias magnetotácticas del equipo de Henrique Lins. Al igual que las reacciones de Belousov-Zhabotinsky, el fenómeno se vuelve estable sobre una distancia característica de unos centímetros, acaso la pista del tamaño de una presunta nueva individualidad. Las ondas químicas son, en efecto, muy frecuentes en la realidad viva. La selección natural las favorece y crea con ello capacidad para comunicar y para generar nuevas estructuras de interés evolutivo.

En la realidad del mundo vivo no es difícil encontrar otras clases de ondas. Una muy evidente es la que se refiere a la locomoción animal. Digamos, para empezar, que todos los peces y reptiles se desplazan moviendo el cuerpo según ondas laterales (perpendiculares a la dirección de desplazamiento en el plano horizontal). Es el caso de serpientes y peces. Un buen nadador humano de estilo libre, por ejemplo, no tira la mano hacia atrás en línea recta, sino trazando una suave onda en forma de letra ese. Es la manera de apoyar siempre la mano en agua no turbulenta para asegurar así el máximo impulso. En cambio, todos los mamíferos acuáticos nadan moviendo el cuerpo según una onda vertical (perpendicular a la dirección de desplazamiento, pero en el plano vertical). Y casi todos los gusanos se desplazan moviendo el cuerpo según ondas longitudinales, o sea, en su misma dirección de desplazamiento, adelante y atrás. La onda desplaza, también aquí, por gracia de la selección natural.

Los seres vivos, para independizarse de su entorno, tienen la capacidad de controlar su incertidumbre. Y el control requiere percepción. He aquí el genuino sentido del concepto autoorganización. Pues bien,

la percepción de por lo menos tres de los sentidos está protagonizada por la capacidad para detectar e interpretar toda clase de ondas. Una función parece clara: el control de la información. El sonido, la vista y el tacto son tres sentidos capaces de percibir ondas de presión, electromagnéticas y vibraciones. Los extremos más impensables del espectro también se han beneficiado de la selección natural. Los murciélagos, con su sónar de ultrasonidos; los mamíferos marinos, con su amplia gama de frecuencias, las serpientes con sus infrarrojos, la riquísima gama de colores de la vista de ciertos pájaros (sobre todo los comedores de fruta) o la sensibilidad a las vibraciones de las arañas son sólo una muestra del papel central de la comunicación por ondas a la hora de comer y no ser comido. La comunicación es una función con gran continuidad en la selección natural y la selección cultural.

En la realidad culta la onda también desplaza y, sobre todo, comunica. Empecemos por los vestigios más antiguos de ondas de origen humano. Una de las cosas que más me maravillaron la primera vez que visité un museo de arqueología fue el aspecto de las piezas de industria lítica más antiguas: hachas, cuchillos, puntas de flecha... Durante nuestras excursiones por los desiertos del Magreb me asaltaba la siguiente reflexión: casi cada piedra que veo por el suelo tiene aspecto de una pieza de industria lítica como las que se observan en las vitrinas de los museos. Ésta por ejemplo. ¿Cómo sé que no se trata de una simple piedra?, ¿cómo se sabe que la forma es diseñada y no accidental?

Pronto supe de un truco casi infalible para distinguir una piedra espontánea de otra trabajada: las ondas de percusión. Una percusión precisa sobre una piedra, destinada a darle forma, deja huellas en la piedra: son las ondas de percusión. Se parecen a las circunferencias concéntricas que crea un guijarro lanzado a un estanque. El centro denuncia además el punto exacto del impacto. No hace falta decir lo improbable que resulta que un episodio así se dé por casualidad. Recomendando la experiencia de buscar ondas de percusión en las piedras de lugares poco transitados. Sorprende el enorme número de piedras del desierto que son algo y no nada. Las cuentas salen a pesar de todo, porque muchos son, en efecto, los años durante los que se fabricó industria lítica, muy frágiles al uso son las herramientas de piedra y, por último, se entiende que, en las condiciones de la época debía de ser preferible fabricarse nuevas herramientas a transportarlas. Las ondas

de percusión visibles en la industria lítica son ondas de selección fundamental por selección cultural. Pero nuestra atmósfera actual está acribillada por las ondas de selección cultural.

No es necesario insistir mucho en eso: ondas de radio, televisión, telefonía móvil, ruido... Su trascendencia cultural es tan grande y singular que todo proyecto de detectar vida inteligente extraterrestre pasa, justamente, por analizar las características de las ondas que puedan alcanzar nuestro planeta desde el cosmos. Hablemos, ya que hemos adquirido la costumbre, de arquitectura.

Y, para variar, hablemos un poco de Gaudí. El edificio de La Pedrera en el Paseo de Gracia de Barcelona exhibe ondas en la pared de la escalera de servicio (véase, más adelante, la figura 19.14). Se diría que es más fácil subir y bajar. Pero las ondas más espectaculares están en la fachada de este edificio. Se suele decir que Gaudí quiso evocar las olas del mar. Puede ser. Pero quizá sea algo más que eso. Basta asomarse a cualquier balcón del edificio o, simplemente, observar la fachada desde la calle (véase, más adelante, la figura 19.15). La sensación es que el edificio se mueve (!) respecto de los edificios colindantes. Gaudí usa las ondas para convertir un inmueble en un móvil. La onda, ahora por selección cultural, mueve. Otro ejemplo gaudiniano: el estucado de la pared que acompaña la escalera del mismo edificio dibuja una onda siempre irrepetible. Resultado: la sensación es de bajar más deprisa o de subir con menos dificultad. Tercer ejemplo en el mismo edificio, la techumbre de las oficinas de la planta baja imita las ondas dejadas por el mar en la arena (véase, más adelante, la figura 19.17). Cuarto ejemplo: los escalones del jardín del Parque Güell presentan ondas horizontales (véase, más adelante, la figura 19.16). En un principio pensé que se trataba de la erosión provocada por el tránsito tenaz de tantos visitantes. Pues no. Se trata de una selección cultural y expresa de Gaudí. Me imagino a Gaudí supervisando la labor artesanal de un operario sorprendido, y un tanto fastidiado, por tan extrañas y minuciosas instrucciones. Gaudí era sin duda uno de los pocos arquitectos de la historia que huía de la línea recta. En cierta arquitectura de vanguardia la tendencia ya no es tan rara. La verdad es que en la naturaleza apenas si hay líneas rectas. Quizá sólo la línea del horizonte marino, una ilusión de línea recta. También aparecen algunas líneas rectas en el mundo de la cristalización de los minerales, aunque

son consecuencia del mundo microscópico de la estructura atómica y molecular. En cambio, pocas rectas, quizá ninguna, pueden encontrarse en el vasto y diverso mundo de la arquitectura animal. La selección fundamental favorece poco la línea recta, menos aún la natural. Sin embargo, la línea recta seduce la selección cultural. En el epílogo retomamos esta cuestión.

En suma, la onda mueve. Mueve la materia, mueve la energía y mueve la información. Por lo tanto, la onda también emite, recibe, comunica... Eso, y no otra cosa, es empezar a comprender la onda.

16 La parábola emite y recibe...



Figura 16.1. Parábola de luz. Es la intersección de una superficie cónica en cuyo vértice está el foco de luz, con el plano de la pared (fotografía del autor).

Se puede obtener una parábola cortando una superficie cónica por un plano paralelo a cualquiera de las directrices del cono. A veces se ven parábolas de luz en las paredes de una habitación iluminada con múltiples fuentes de luz (figura 16.1). Es cuando la pared es paralela a alguna de las directrices del cono en cuyo vértice hay una fuente puntual de luz. Pero la propiedad más sobresaliente de una parábola plana (tanto que se puede usar como definición) es la siguiente: cualquier recta paralela al eje de simetría que incida en la curva (lo que equivale a cualquier rayo que proceda del infinito) se refleja (ángulo de incidencia igual a ángulo de reflexión) pasando por un solo mismo punto: el llamado foco de la parábola. Lo mismo ocurre con un paraboloide de revolución. Es la superficie que se obtiene haciendo girar la parábola alrededor de su eje. De aquí surge algo que bien podría interesar a una selección natural o cultural. Todo lo que llega del infinito se concentra en un punto. Y viceversa, todo lo que sale de ese punto se envía fácilmente al infinito. Dicho en otras palabras, las parábolas son formas idóneas para emitir y para recibir. En algunos museos de ciencia existe una suerte de billar con pared parabólica y un orificio en el lugar que ocupa el foco. El visitante puede experimentar a placer lanzando bolas paralelamente al eje de simetría. La verdad es que uno se siente un experto del juego de billar porque las bolas se cuelan siempre por el agujero, al tiempo que comprende el porqué de tanta antena parabólica, el porqué de tanto espejo parabólico para telescopios astronómicos, la razón de las gigantescas antenas parabólicas en telescopios de radioastronomía, el porqué de algunas pantallas parabólicas en estufas cuya resistencia está en el foco o pantallas parabólicas en proyectores de luz cuyo filamento se encuentra asimismo en el foco, etcétera. La selección cultural de las parábolas no deja muchas dudas. Son para emitir y son para recibir.

Otra experiencia omnipresente en los museos de ciencia es aún más espectacular. Dos grandes pantallas, con forma de paraboloide de revolución, se enfrentan a una considerable distancia que en ocasiones llega hasta los cien metros. El fenómeno consiste en murmurar algo a la altura del foco de una de las pantallas para que otro visitante escuche con nitidez las palabras pronunciadas a tan larga distancia, si sitúa su oído a la altura del foco de la otra pantalla. El efecto funciona incluso en exteriores con fuerte ruido ambiental. La primera pantalla

envía el sonido que emana de su foco, sonido que recoge la segunda pantalla y concentra en el suyo. Las parábolas emiten y reciben con ventaja. Seleccionan las señales de foco a foco. Alguien me comentó una vez, aunque nunca lo he comprobado en un caso concreto, que en ciertas catedrales el fenómeno se da entre hornacinas parabólicas muy distantes entre sí. Esto permitiría situaciones de cierta picaresca. Por ejemplo, dos jóvenes novicios cuchicheando picardías durante la celebración de las más solemnes y ruidosas ceremonias...

En el mundo vivo también se encuentran algunas formas paraboloides con parecida función, especialmente en los pabellones auditivos de algunos mamíferos especializados en captar los sonidos más imperceptibles de la noche: conejos, zorros, murciélagos... Sin embargo, la frecuencia de esta forma parece significativamente menor que en el mundo culto. Me apresuro a corregir: lo que escasea en el mundo vivo es la parábola con la función de emitir y recibir. Porque la verdad es que el mundo vivo está preñado de parábolas. Cada segundo ocurren millones de parábolas en la superficie del planeta, porque aproximadamente parabólico es el movimiento de un grave abandonado a su suerte en un campo de gravedad constante (sólo alterado, no muy significativamente en general, por el efecto de la resistencia del aire). Para visualizar la trayectoria parabólica entera basta sostener una manguera y observar la curva que traza el chorro de agua. Se trata, en rigor, de una necesidad de las leyes de Newton. Es un producto de la selección fundamental en su sentido más estricto. La trayectoria queda perfectamente determinada con sólo dos datos: la posición y la velocidad del móvil en un punto cualquiera de la trayectoria (por ejemplo, el inicial). En el Museo de la Ciencia de Florencia hay un ingenio (si no recuerdo mal, diseñado por el propio Galileo) diseñado para impresionar al visitante con la predicción de un tiro parabólico. Se trata de una rampa por la que puede bajar acelerándose una bola de acero. El desnivel de la rampa determina perfectamente el módulo de la velocidad adquirida por el bólido y la forma del último tramo su dirección. Con esto quedan completamente determinadas tanto la posición inicial (punto final de la rampa) como la velocidad inicial del bólido en el momento de iniciarse la parábola. Basta, pues, situar unas cuantas arandelas (de un diámetro ligeramente superior al de la bola proyectil) a lo largo de la trayectoria parabólica para conseguir el efecto. El visitante puede repe-

tir la experiencia cuantas veces quiera, la bola se precipitará rampa abajo y saltará al vacío iniciando un vuelo parabólico que pasa por el centro de todas y cada una de las arandelas: la bola pasará por ellas sin tocarlas como si estuviera amaestrada. La parábola del tiro libre es una forma que se comprende bien. Todos los saltos y lanzamientos tienen algo en común: la parábola. Casi todas las pruebas olímpicas de atletismo se reducen a parábolas. La inteligibilidad del *citius, altius, fortius* es la parábola. Casi todo el entrenamiento de un atleta se concentra en conseguir unas condiciones iniciales (posición y velocidad). Cuando el lanzador suelta el peso, cuando el saltador de longitud ha consumado la batida, ya ha hecho casi todo lo que tenía o podía hacer. El resto es cosa de Newton. Correr es algo más entretenido. Cada paso es una parábola, en cada paso la musculatura crea nuevas condiciones iniciales para una nueva parábola. Es, claro, el caso de cualquier objeto vivo que corra o salte.

¿Existen parábolas en el mundo inerte? Además de parábolas de tiro libre en campos de gravedad constante, como las que acabamos de describir, no existen muchas más. La parábola es también una de las soluciones posibles, según la mecánica clásica, para el movimiento de un objeto en un campo gravitatorio como el que crea la estrella de un sistema planetario. Sin embargo, las parábolas requieren unas condiciones iniciales muy especiales. Si la energía total del móvil es negativa, la trayectoria es una elipse, como la que describen los planetas o algún cometa alrededor del Sol; si la energía total es positiva, la trayectoria es una rama de hipérbola, es decir, viene del infinito, se acerca una vez al Sol y se pierde de nuevo hacia el infinito para siempre. La parábola corresponde a una energía total exactamente igual a cero, un caso entre infinitos. Algún asteroide o cometa puede tener una trayectoria aproximadamente parabólica. El mundo inerte, como vemos, es pobre en parábolas.

En suma, la parábola, poco favorecida por la selección fundamental, mejora con la selección natural y triunfa gracias a la creatividad humana. Gaudí, que lo probó casi todo, también experimentó con arcos parabólicos. La parábola concentra lo que llega del infinito, o manda al infinito lo que se irradia de su foco. Eso, y no otra cosa, es empezar a comprender la parábola.

17 La catenaria aguanta...



Figura 17.1. Liana colgando según una catenaria en la selva brasileña. La catenaria acomoda la forma de una densidad lineal de masa a su propio peso (fotografía del autor).

Para admirar la forma de esta curva basta fijar una cadena, una cuerda o un cable (una densidad lineal de masa) por dos puntos en un campo de gravedad constante. El resto es cosa de la selección fundamental. El cable, o similar, adoptará la forma que hace que cada uno de sus puntos esté en equilibrio mecánico, es decir, una curva en la que todas las fuerzas que actúan sobre un punto (su peso y las tensiones debidas a los dos puntos contiguos anterior y posterior) se anulan entre sí. Dicho de otro modo, la catenaria es la forma que adopta un cuerpo para no soportar ninguna tensión suplementaria. Es la situación de máximo descanso, de mínima rigidez. La catenaria es muy rara en el mundo inerte porque muy raro es un objeto espontáneamente filiforme que, además, penda de dos puntos. En la realidad viva es algo más frecuente. Una liana en plena selva, por ejemplo, se puede encontrar ocasionalmente en esta situación (figura 17.1). Quizá, como veremos, se pueda especular con algún caso más.

En el caso de la catenaria empezaremos por la selección cultural. Con la hélice la humanidad inventó hilos, cuerdas y cables. Y con éstos el paisaje humano (la realidad humana) se pobló de catenarias: en los barcos de vela, en los tendidos de alta tensión y líneas telefónicas, en las barreras improvisadas en teatros y cines para conducir una cola de gente que espera, etcétera. El caso más interesante de catenaria creativa se encuentra en la arquitectura. Y el caso casi único del uso de la catenaria en arquitectura es Gaudí [58]. Ya hemos tenido ocasión de demostrar que Gaudí fue un gran observador de la naturaleza, quizá fuese incluso un gran naturalista. Sin embargo, dado que la catenaria se prodiga poco en la naturaleza, hay que pensar que, en este caso, Gaudí se inspiró más observando los cables y cuerdas de la actividad humana, quizá durante las visitas de obra de sus propias construcciones. Su razonamiento debió de ser más o menos así: si una cadena que pende por gravedad trabaja por tracción, un arco que soporta una estructura trabaja por compresión. Se trata de la misma cuestión invertida. Péndase una cadena y obsérvese su reflexión invertida en un espejo. ¡Ya tenemos una buena propuesta que experimentar para la forma del concepto «arco»! El método se sofisticó inmediatamente introduciendo como pesos lo que en una construcción debían ser cargas. El arquitecto Jaume Serrallonga [59] ha realizado una cuidadosa investigación entre los profesores que tuvo Gaudí, y, la verdad, la idea le pudo

venir directamente de alguno de los buenos cursos de matemáticas a los que asistió. Pero veamos, en un viaje rapidísimo, lo que pudo suponer la introducción de la catenaria en arquitectura.

Tomemos como referencia la necesidad histórica de construir templos. Un templo es un edificio que necesita ser amplio y alto de techo. Debe ser amplio porque necesita acoger un buen número de personas con una identidad colectiva común. Y debe espirar verticalmente porque la altura remite las almas de los presentes a la contemplación (¿y temor?) de la divinidad. En los comienzos de la humanidad, la tecnología disponible debía de permitir poco más que una piedra horizontal sostenida por dos piedras verticales. Algo es algo. El arco de medio punto romano supuso un buen avance. En los templos ya podían reunirse algunos fieles con cierta dignidad en un ambiente razonablemente solemne. Los arquitectos góticos se exigieron mucho más y levantaron catedrales de más de cien metros de altura. Se diría que las yemas de las puntas de sus torres pretenden tocar el cielo. En su interior el ambiente es sobrecogedor. Sin embargo, la estabilidad de estas estructuras implica el auxilio de otro concepto arquitectónico: los contrafuertes. Para muchos los contrafuertes son un motivo estético más, pero la verdad es que no dejan de ser una especie de ortopedia hecha de piedra que resta esbeltez (¡y espiritualidad ascendente!) a la construcción. Y llega Gaudí con sus catenarias para proponer la catedral de la Sagrada Familia en Barcelona, un templo que se levanta vertical y limpiamente por encima de los ciento cincuenta metros. Ningún accesorio lateral se disculpa por la altura alcanzada. Gaudí comprendió la catenaria y la usó en bellísimas series en muchos edificios que aún se pueden admirar (véase, más adelante, la figura 19.18). Sin ánimo de exagerar quizá pueda exclamarse: neolítico, Roma, gótico... ¡y Gaudí! La ingeniería de puentes recoge la catenaria como una forma fundamental. ¿Por qué no dejó Gaudí escuela en arquitectura? Pero éste es otro tema.

Las catenarias de Gaudí suponen un caso genuino de selección cultural, pues este arquitecto experimentó muchas otras formas de arco. Ensayó, por ejemplo, el arco parabólico y el arco hiperbólico. Sin embargo, la catenaria acabó por imponerse con rotundidad. Y se comprende por qué. Si la esfera protege, el hexágono pavimenta, la espiral empaqueta, la hélice agarra, la punta penetra, la onda comunica, la pa-

rábola emite y recibe, la catenaria, prioritariamente, soporta estructuras; la catenaria aguanta. Ésa es su inteligibilidad en el mundo culto, ésa es la función que explica la frecuencia de la catenaria en el paisaje humano. Pero hay una pregunta que, al llegar a este preciso punto, se formula por sí sola: ¿y en el mundo vivo? ¿No será que la selección natural favorece también las formas catenarias en las grandes estructuras? ¿Pueden observarse formas catenarias en los grandes caparazones y los grandes esqueletos? ¿Plagiaron estas estructuras naturales a Gaudí *avant la lettre*?

El Museo Perito Moreno de La Plata es muy singular. Es único, por ejemplo, en lo que respecta a la megafauna argentina del Pleistoceno, como los perezosos gigantes, el célebre megaterio, y los armadillos gigantes, los no menos célebres gliptodontes. Este último es una buena ilustración de casi todas las formas que hemos elegido aquí. Tiene hexágonos para pavimentar su caparazón, púas en la cola y garras en las patas para penetrar la carne de sus enemigos, y algunas especies tienen el caparazón articulado para agilizar al máximo la armadura y para adoptar la forma esférica si de lo que se trata es de optimizar la protección...

Antes de dar la conferencia que me había llevado por segunda vez al museo, visito las salas de exposición y la biblioteca. Hay una forma que empieza a fijarse en mi mente: el perfil del caparazón y del esqueleto de los gliptodontes. ¿Serán catenarias? Se puede improvisar una primera comprobación... Nada más acabar la conferencia vuelvo a la sala de los gliptodontes a fotografiar caparazones y esqueletos. Luego acudo a la biblioteca donde mis colegas me muestran libros antiguos con bellísimas láminas que reproducen fotografías y grabados de todas las especies descritas. Lo fotografío todo. Unas horas después estoy sentado en el borde de la cama de la habitación de Buenos Aires. He hecho algunos preparativos con lo que tengo a mano: la mejor fotografía, tomada de perfil, del mayor de los gliptodontes ya está en la pantalla del ordenador portátil justo frente a mí. Como no tengo ningún programa para invertir la imagen, lo que hago es darle la vuelta al ordenador portátil con ayuda de las gruesas guías telefónicas de la ciudad. Necesito también una cadena o similar, lo menos rígida posible, para la hora de la verdad: superponer la cadena, aguantada por dos puntos, al perfil del caparazón invertido. Me hago con una cadena sin



Figura 17.2. Caparazón invertido de gliptodonte del Museo Perito Moreno de La Plata (Argentina) para comprobar, al estilo Gaudí, su presunto ajuste a una curva catenaria (fotografía del autor).

salir de la habitación del hotel. No tengo más remedio que confesarlo: es una cadena hecha de bolitas engarzadas, la típica que suele asegurar el tapón de la bañera. Ya es mía. Ahora sólo faltaba acercarse con la cadena a la pantalla del ordenador en busca de una coincidencia. Es la hora de la verdad: un científico formula una pregunta a la naturaleza y percibe que la naturaleza no tiene más remedio que responder. Sí o no (figura 17.2). Hay pocos momentos en la vida de un científico comparables a una situación como ésta. Sólo hay un momento distinto comparable a éste. Y es justo el momento siguiente, cuando uno busca a alguien (poco importa quién sea) para contarle todo. Pocos segundos después abría la habitación del hotel para otear los dos sentidos de la dirección del largo pasillo. Vaya, mala suerte, nadie a la vista para hacerle partícipe de la buena nueva. Ahora empieza el trabajo sistemático. Hay que recorrer los esqueletos y caparazones de los grandes individuos de un buen número de especies del presente y del pasado (figura 17.3). De aquí brotaría toda una interesante sugerencia museográfica: suspender un gliptodonte boca abajo en las salas del museo y permitir que el visitante compruebe por sí mismo, con la ayuda de una cadena, que el perfil del caparazón del animal coincide con una catenaria. Queda mucho trabajo por delante, porque las primeras impresiones pueden engañar. En particular, no hay que ser un gran matemático para darse cuenta de que un pedazo pequeño de catenaria siempre se ajusta a un pedazo pequeño de cualquier forma... y, ya

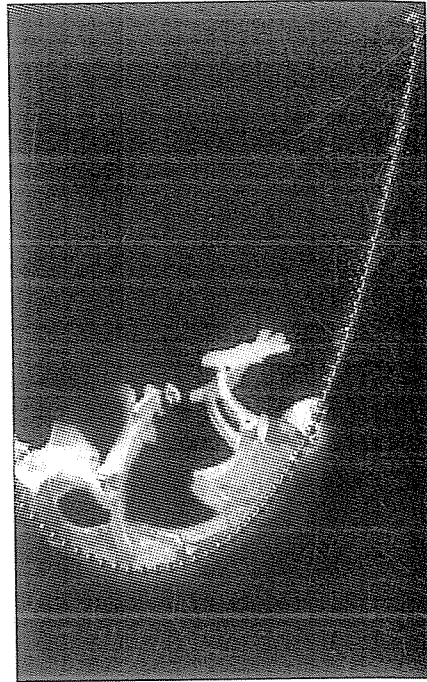


Figura 17.3. Esqueleto invertido de gliptodonte del Museo Perito Moreno de La Plata (Argentina). ¿Será que la selección natural favorece la catenaria para los grandes caparazones y esqueletos? (colección MCFLC, fotografía del autor).

lo sabemos, no se debe forzar a la naturaleza a encajar en nuestras teorías.

En suma, la catenaria aguanta, es buena para ahorrar material en grandes estructuras. La selección fundamental la insinúa, la selección natural la prueba y la selección cultural la selecciona, aunque más bien involuntariamente, en cadenas, cuerdas y cables. Eso, y no otra cosa, es empezar a comprender la catenaria.

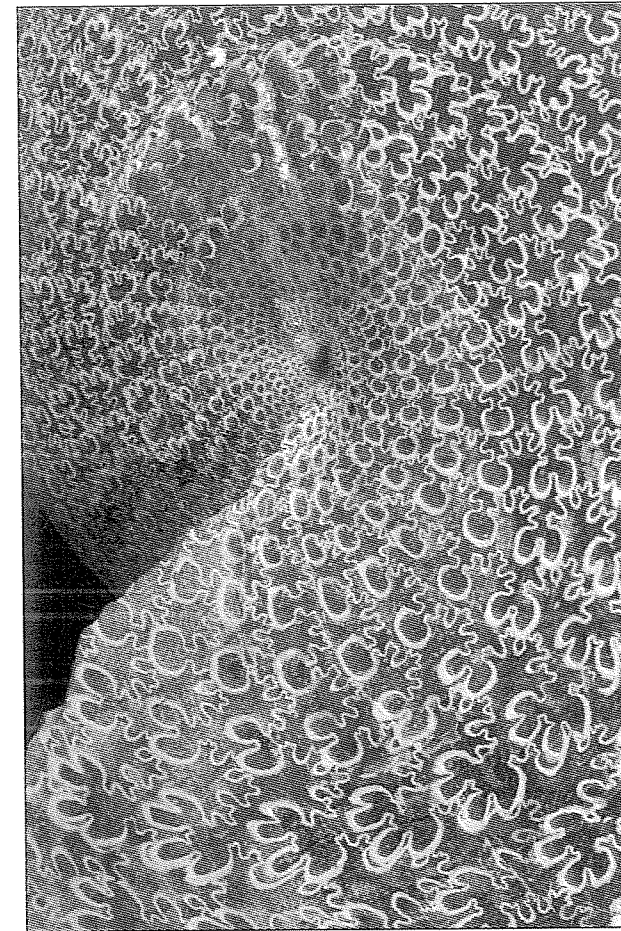


Figura 18.1. Formas fractales de los tabiques interiores de un amonite fósil. La fractalidad crece de dentro afuera de la espiral (colección MCFLC, fotografía de Sergio Parra).

Un relámpago (figura 18.2) y una coliflor (18.3) tienen algo en común. Son formas autosemejantes. Ambas figuras tienen partes que, debidamente ampliadas, se parecen al todo. Y lo mismo ocurre con las partes de las partes, respecto de sus propias partes... Y así sucesivamente hasta cierto número de veces. Son figuras *fractales*, figuras con un motivo que se propaga a escalas progresivamente reducidas. Es quizá la manera más simple de crear complejidad: iterando un patrón cierto número de veces en escenarios cada vez más pequeños. En el mundo vegetal, por ejemplo, no es raro observar fractales que iteran su autosimilitud hasta ocho y nueve veces. Es cuando una rama da el pego y se hace pasar por un árbol entero. Es cuando formar es, además, una manera de crecer, una manera de llenar el espacio. Una forma fractal no es entonces propiamente una forma sino más bien una familia, una

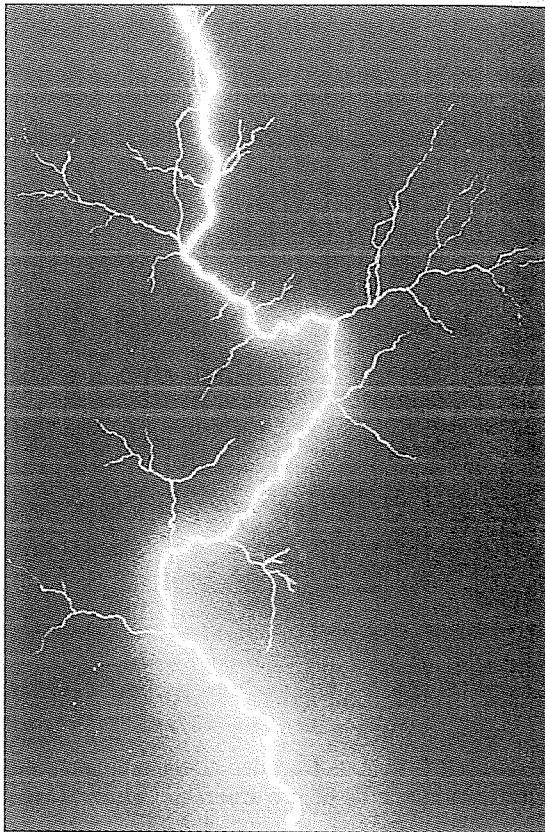


Figura 18.2. Rayo. Las descargas eléctricas en el aire son fractales por selección fundamental.

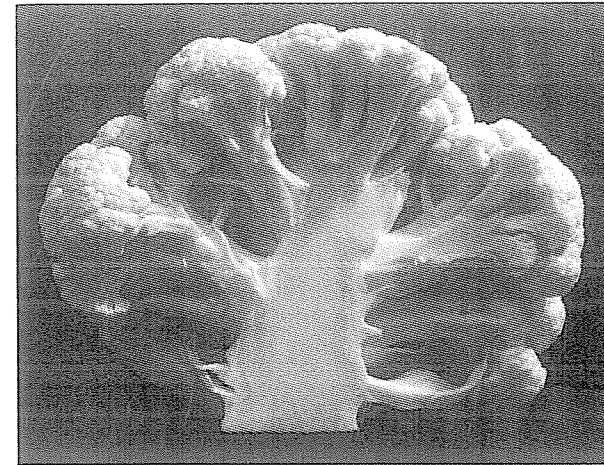


Figura 18.3. Una coliflor es fractal gracias a un complejo combinado de selecciones fundamentales, naturales y culturales (fotografía del autor).

clase de formas. Se llama *dimensión fractal* a un número que mide la capacidad de rellenar el espacio con cierto estilo especial. Un punto tiene dimensión cero, y es la manera de llenar el espacio que consiste en no llenarlo. Pero cuando éste se mueve con continuidad, entonces su estela engendra una línea, una figura de dimensión uno. Y así una línea puede viajar para crear una superficie, la dimensión dos, y una superficie un volumen, la dimensión tres. Pero hay otros modos no tan simples de llenar el espacio. Las dimensiones fractales intermedias, las dimensiones no enteras, pueden dar cuenta de formas que llenan el espacio más que un punto pero menos que una línea (dimensión fractal entre cero y uno) o más que una línea pero menos que una superficie (dimensión entre uno y dos) o más que una superficie pero menos que un volumen (entre dos y tres)...

Los fractales rellenan el espacio, pero ¿cómo rellenan los fractales la realidad? Profusamente. Sólo hay que observar nuestro entorno con *ojo fractal*, es decir, con la fractalidad en mente. Desde que Benoît Mandelbrot [60] y [61] introdujera su concepción matemática, han aparecido cientos de libros sobre el tema. La idea inicial, como ocurre tantas veces en ciencia, no fue del propio Mandelbrot, sino de Lewis Fry Richardson (1881-1953). Entre sus artículos póstumos (1961) apareció la cuestión de medir la longitud de una frontera o de un litoral irregular. La medida depende de si recorremos la distancia con paso de

ratón o con paso de gigante. Richardson intuyó el problema y su solución. Sin embargo, como ocurre también con mucha frecuencia en ciencia, hay otras dos cosas tan importantes al menos como intuir y resolver un problema (uno): darse cuenta de su trascendencia o universalidad (dos) y convencer de ello a los demás (tres).

¿Qué es trascendencia en este caso? Trascendencia tiene que ver mucho aquí con nuestra manera de entender la inteligibilidad. Cuantos más objetos o fenómenos tengan propiedades reducibles a la fractalidad, más relevante será este concepto matemático. Y basta darse una vuelta por la realidad inerte, viva o culta para constatar que, en efecto, son muchos los pedazos de naturaleza que tienen en la fractalidad su esencia común. Mandelbrot tuvo el enorme mérito de generalizar el concepto, de darle nombre y soporte y rigor matemático, de llamar la atención sobre su alta frecuencia en la naturaleza y de seducir, como pocas veces ha ocurrido antes, a la comunidad científica. La idea de la fractalidad es una idea bella y ¡los propios fractales producen un raro placer estético!

Los fractales han llegado además en una época idónea para su desarrollo y difusión, impensable en los tiempos de Richardson. Hoy tenemos acceso a máquinas de crear fractales, máquinas de iterar patrones a placer a grandes velocidades, y todo ello con resoluciones y posibilidades gráficas prácticamente ilimitadas: los ordenadores. Mandelbrot encontró en IBM un entorno perfecto para su trabajo. No es casualidad. La práctica totalidad de los artículos y libros dedicados a los fractales se prodiga con bellas simulaciones de todo tipo. Y así como la frecuencia de una forma en objetos y fenómenos reales es una buena medida de su inteligibilidad, lo mismo puede decirse de la profusión de publicaciones sobre fractales respecto de la obra de Mandelbrot.

Hay algunos rasgos comunes, por presencia y por omisión, en la vasta literatura fractal que irrumpe en los años noventa [62-69]. Todos exhiben complejas y bellas iteraciones y todos se esfuerzan por comparar las simulaciones con objetos fractales de la realidad más variada y cotidiana. El desfile de presuntos fractales en la materia inerte, en la materia viva e incluso en la materia culta es en verdad convincente. Sin embargo, hay una curiosa omisión en todos ellos que extraña desde el esquema conceptual aquí propuesto. Para eso sirven, entre otras cosas, los esquemas conceptuales. Lo expresaré con tres preguntas:

¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad inerte? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad viva? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad culta?

Como apunta el filósofo inglés A.J. Ayer, existen muchas acepciones diferentes en el lenguaje común para el término «por qué», quizá tantas acepciones como acepciones tiene la palabra «causa». Sin embargo, no hay ambigüedad posible en nuestro caso. Las preguntas equivalen a preguntarse por lo que hemos llamado la selección fundamental, la selección natural y la selección cultural. Es decir, nuestro esquema conceptual nos sirve para repreguntar así: ¿qué estabilidad confiere la fractalidad a un cuerpo inerte? ¿En qué favorece la fractalidad a un individuo vivo para que éste siga vivo? ¿Cuál es el gozo mental o la función culta que impulsa a la mente a crear fractalidad?

Para decirlo aún de otra manera. La extensa e intensa bibliografía sobre las formas fractales no se interesa demasiado por lo que aquí hemos llamado la *función* (fundamental, natural y cultural) de la fractalidad en la naturaleza.

La primera parte de este libro tiene, entre otros, el objetivo de convencer al lector sobre la conveniencia de las preguntas del estilo de las que acabamos de lanzar. Pero antes de intentar unas respuestas, propongo un rápido viaje por la realidad de este mundo para, como siempre, nutrir la intuición y comprobar la anunciada perseverancia y omnipresencia de los fractales en este mundo.

¿Son en verdad tan frecuentes? Citemos, para empezar, sólo algunos casos a modo de visión panorámica. El paisaje geológico de la superficie de cualquier planeta suele ser fractal. El *estilo* característico de un paisaje particular puede caracterizarse en una primera aproximación por la correspondiente dimensión fractal, un número. Así se pueden crear, por síntesis de ordenador, paisajes que no existen en la realidad pero que son inconfundiblemente marcianos, terrestres o lunares... Lo mismo puede decirse del perfil del litoral que marca una frontera particular entre tierra firme y el océano, o de un paisaje esculpido por corrientes de agua. En muchos casos, las fracturas de materiales generan grietas fractales, y muchos procesos de agregación de partículas que se adhieren unas a otras desarrollan también formas fractales. Para

centrar la discusión, atendamos a dos casos, un fenómeno y un objeto bien frecuentes de la realidad inerte: un relámpago y un copo de nieve.

Ambas formas son fractales. En el caso de la descarga eléctrica no se observa lo que solemos llamar un orden geométrico, no hay una función matemática concreta y elegante que describa su geometría, su forma matemática (como ocurre con todas las otras formas citadas en este libro). Pero hay un estilo inconfundible, existe una dimensión fractal (un número) bien definida y bien medible. Un pedazo del rayo se parece al rayo entero. Podemos diseñar fácilmente un programa de ordenador que simule rayos parecidos a placer, rayos crebles, rayos que se parecen a los que en condiciones similares ya se han dado y a los que aún tienen que darse. Para la exposición del museo conseguimos una buena pieza ilustrativa de este fenómeno. En los desiertos de Libia y de Egipto se encuentran concreciones minerales fractales llamadas fulguritas. Se trata de rayos que caen en la arena del desierto. La energía de la descarga funde los granos de la fina arena y el resultado es una especie de fotografía tridimensional de un rayo (figura 18.4). Un fenómeno fractal transformado en pieza fractal de museo.

Tampoco es difícil idear un artefacto generador de fractales. Para ello basta aprisionar una gota de aceite de silicona transparente entre dos vidrios planos y diseñar un dispositivo para regular la presión entre ellos. Variando la presión se puede ver crecer y decrecer, hacerse y deshacerse, un contorno fractal (figuras 18.5, 18.6 y 18.7).

El copo de nieve no es menos frecuente en la realidad. Se diferencia del rayo en que, además de fractalidad, exhibe orden. Un copo de nieve, visto al microscopio, es un objeto de una estructura ordenada y de una simetría matemática exquisita y delicada. Se trata de un cristal de hielo ramificado según una curiosa simetría séxtuple. Digamos que es un fractal exacto sobre la forma virtual de un hexágono perfecto. Podríamos muy bien haberlo citado al hablar de los hexágonos en el capítulo segundo de este libro. En cada instante caen sobre la superficie de la Tierra miles de millones de copos de nieve y, sin embargo, ¿no hay dos copos de nieve idénticos! Tienen, eso sí, un estilo común. Lo que tienen en común es su simetría hexagonal inicial y su fractalidad final.

Resulta revelador constatar que el primer científico que se interesó por la forma de los copos de nieve fue nada menos que Kepler a princi-

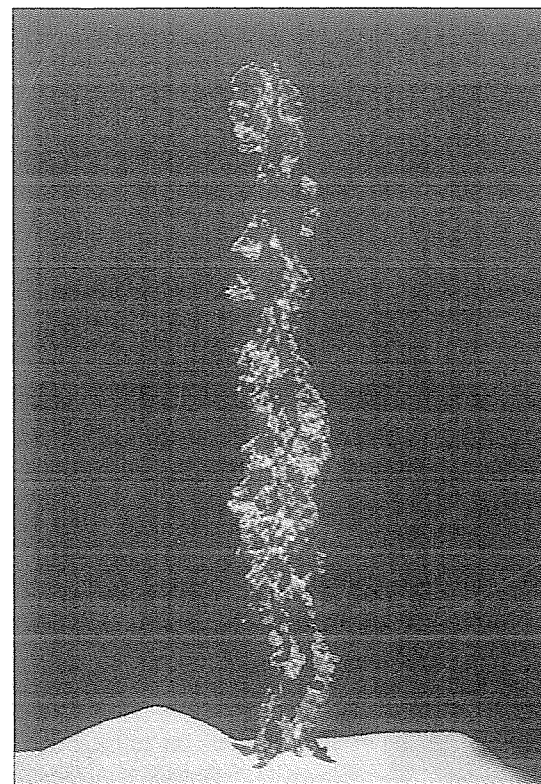


Figura 18.4. Fulgurita (Egipto). Algunos rayos caen en la arena del desierto, funden los granos de arena y se consolidan en una reproducción tridimensional de su fractalidad (fotografía del autor; colección MCFLC).

pios del siglo XVII. Revelador, en primer lugar, como ilustración de lo que significa comprender para un científico. Kepler es celeberrimo en la historia de la física por ser quien descubriera las tres leyes del movimiento planetario, es decir, la inteligibilidad planetaria, es decir, lo que, según sus observaciones, todos los movimientos planetarios tienen en común. Fue un formidable esfuerzo en pos de la inteligibilidad científica, una inteligibilidad superada después por Newton con su ley de gravitación y sus leyes generales de la mecánica (lo que extendía la comprensión-comprensión a cualquier movimiento de cualquier cuerpo en situación no cuántica, no relativista). Ese espíritu de comprensión es lo que impulsa a Kepler a olfatear (primero) cualquier regularidad en la realidad, para buscar (luego) alguna clase de comprensión, de patrón de pauta común. Sin embargo, en su delicioso librito *De nive sexangula* (1611) [70] intenta comprender la simetría hexagonal de los

Figura 18.5. Gota de líquido viscoso fractalizando su contorno por la variación de presión entre dos vidrios paralelos. Presión baja.

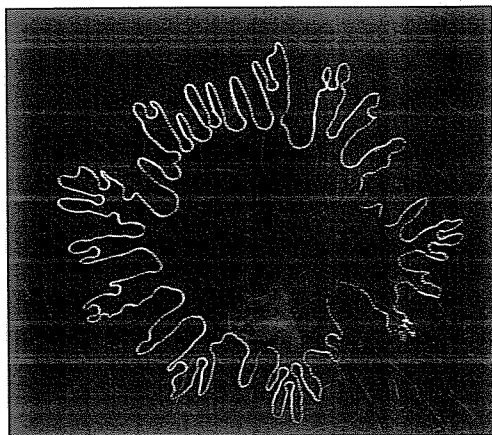
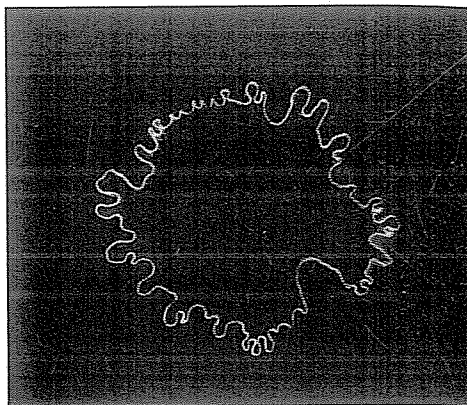


Figura 18.6. Gota de líquido viscoso fractalizando su contorno por la variación entre dos líquidos paralelos. Presión media.

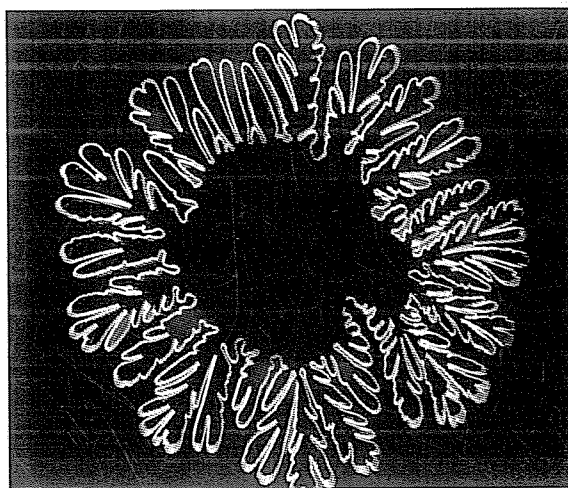


Figura 18.7. Gota de líquido viscoso fractalizando su contorno por la variación entre dos líquidos paralelos. Presión alta (fotografías del autor).

copos de nieve. El libro es en realidad un divertimento que el físico concibió como un regalo de Año Nuevo para los amigos. En él, Kepler parte de una idea simple, la misma que hemos usado aquí para un primer intento de comprender el hexágono como un gran empaquetador. Supone, como se puede suponer con toda facilidad, que un copo de nieve es básicamente un cuerpo plano y que la materia, los cristales de hielo en este caso, está constituida en último término por partículas ultramicroscópicas llamadas átomos. Como bien observa Ian Stewart [71], hasta entonces nadie había hecho nada útil, en casi dos mil años, con la antigua teoría de Demócrito. La población de discos iguales que compiten por un espacio plano, los átomos, genera el mágico número seis porque, lo hemos visto, en torno de una circunferencia caben otras seis tangentes de igual tamaño. El hexágono es el empaquetamiento más compacto, aquel que no deja espacios intersticiales desperdiciados. El matemático húngaro Fejes Toth lo demostraría cuatrocientos años después con todo el rigor que los matemáticos se exigen. La cristalografía moderna, por otra parte, también ha dado la razón (aproximada) a la intuición de Kepler a pesar de las hipótesis excesivamente simplificadas de éste. El hexágono pavimenta. No hay duda. Pero Kepler no se ocupó de la estructura fractal superpuesta a la simetría hexagonal. Hoy conocemos, gracias a los trabajos de John Day en los años sesenta, los mecanismos que llevan a un copo de nieve a desestabilizarse durante el crecimiento. Según sean las condiciones exteriores, el cristal incorpora nuevas moléculas de agua, luego el hexágono salta a una estrella de seis puntas, luego las puntas crecen hasta cierto tamaño hasta que saltan a otra estrella, etcétera. Day usó principios físicos (como el de mínima energía) que equivalen, en último término, a criterios de estabilidad, justamente lo que aquí hemos llamado *función fundamental*, el criterio de la selección fundamental. La incertidumbre ambiental (las fluctuaciones concretas de parámetros del entorno como la temperatura, la presión, la humedad, etcétera) acaba de explicar el hecho de que, aun siendo formas fractales, sea tan difícil encontrar dos que se parezcan en los detalles. Es un proceso caleidoscópico. La unidad que se repite es incierta, pero la globalidad conserva su exquisita simetría.

El descubrimiento de un mecanismo supone ganar inteligibilidad sobre la emergencia y la perseverancia de una forma en la naturaleza.

Sin embargo, mejorar la comprensión significa en ciencia que menos explica más. Por ejemplo, hay más inteligibilidad en las leyes de Kepler que en la descripción del movimiento de los planetas de Copérnico. Pero hay más inteligibilidad en las leyes de Newton que en las reglas de Kepler. Así se despliega y progresa la ciencia. Hoy parece que todo está maduro para dar un gran salto en la teoría de las formas. En la forma que nos ocupa ahora, muchos autores han propuesto mecanismos, o modelos de mecanismos, que describen la generación de formas fractales. Este ensayo pretende convencer de que ese salto consiste en atender a la idea de función tal como la hemos construido en nuestro esquema conceptual.

En efecto, la literatura sobre fractales puede mostrar hoy una buena colección de mecanismos capaces de generar fractales, pero quizás hayamos omitido lo más relevante, las funciones que resultan de las distintas selecciones. Porque resulta que ¡hay más mecanismos que funciones! Esto es, en muchas ocasiones varios mecanismos conducen a una sola función. Eso es lo que vamos a intentar de nuevo con los fractales.

Consideremos el mundo inerte y regresemos a la pregunta que elegimos aquí como la buena pregunta: ¿por qué son tan frecuentes los objetos fractales en el mundo inerte? ¿Se puede hablar de una estabilidad fractal? ¿Se puede demostrar algo así como una estabilidad fractal sin comprometerse con las circunstancias y los mecanismos particulares de cada caso?

Se puede. La curva de Koch es quizás el fractal matemático más simple que uno puede imaginar. Mandelbrot lo usa con frecuencia [60] para introducir el concepto mismo de fractal y aparece en todos los libros como ilustración del famoso copo de nieve. Se parte de un segmento y se definen dos números n y m . La primera iteración consiste en dividir el segmento m veces y reintroducirlo n veces entre los mismos extremos. Para la segunda iteración se hace lo mismo con todos los segmentos que han resultado de la primera iteración. Y así sucesivamente. Contémplese ahora una curva de Koch (figura 18.8) iterada tres veces con $m = 3$ y $n = 4$. En realidad sólo están presentes los pequeños segmentos que han resultado de la última iteración. Pero no hay duda de que se agrupan en figuras en las que dominan unas distancias que no son sino todos los segmentos de todas las iteraciones inter-

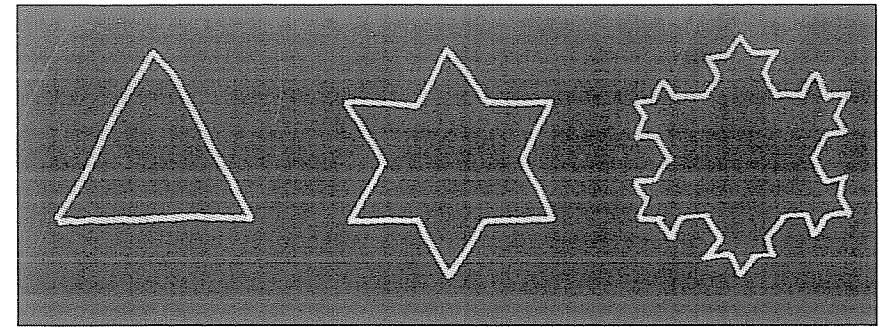


Figura 18.8. Figura de Koch, la forma más intuitiva de producir la fractalidad (dibujo del autor).

medias. En el año 1992 [72] se me ocurrió, dado que en la forma final influyen eventualmente todas las escalas intermedias recorridas, definir el concepto de entropía de la forma, una magnitud que da cuenta de la variabilidad de las distancias de todas las escalas presentes en un fractal de Koch. De aquí surgió una idea que aún tardaría unos cinco años en madurar: si una función tipo entropía da cierta medida de la variabilidad de una forma, ¿a qué situación de (relevante) estabilidad corresponde el valor máximo de la entropía de forma? El segundo principio de la termodinámica predice las configuraciones más probables y estables del equilibrio. La maximización de la entropía de Boltzmann bajo las condiciones de aislamiento de un sistema supone un principio de enorme prestigio en física a la hora de determinar estas configuraciones (colectividades estadísticas). No hay excepciones a este principio. Es real lo que no contradice el principio. En los años setenta, E.T. Jaynes generalizó la idea a sistemas no necesariamente termodinámicos, con la misma idea y el mismo método (maximización de la entropía con la información disponible) [73], sólo que con otra función entropía, la entropía de C.E. Shannon. Los resultados, hemos mencionado algunos con anterioridad, fueron espectaculares en el momento de buscar la estabilidad de sistemas tan dispares como los lingüísticos o los ecológicos. Cuando nos tropezamos en la naturaleza con una forma o una estructura, no es por casualidad. Es porque tal forma o estructura tiene una probabilidad razonable de salir en la foto. Es decir, porque tiene estabilidad, la función de la selección funda-

mental por excelencia, porque es capaz de estar y de seguir estando, porque ha superado una selección que elige entre todo aquello que anuncia un principio tan potente como el de máxima entropía o mínima energía. De ahí viene la idea: ¿por qué no maximizar la *entropía de forma* para ver lo que tan prestigioso principio tiene que anunciar sobre la estabilidad de las formas en el mundo inerte?

Eso es lo que hizo uno de mis más brillantes discípulos para su tesis doctoral, Romualdo Pastor-Satorras. El resultado apareció en dos artículos publicados en la revista *Physica A* en los años 1996 y 1997 [74] y [75]. Conseguimos demostrar que la autosimilitud de una gran variedad de conjuntos fractales se deduce de un principio que maximiza la *entropía de forma* una vez determinada la información media necesaria para fijar las reglas. El análogo termodinámico es perfecto. La autosimilitud fractal es estadísticamente estable y la dimensión fractal desempeña el mismo papel que la temperatura en termodinámica. Habíamos encontrado lo que buscábamos: una pista relevante de por qué la fractalidad emerge con tanta facilidad en el mundo inerte, con independencia del mecanismo particular que lo consigue.

Ahora le toca el turno al mundo vivo. La vasta y diversa literatura de la fractalidad gusta de exhibir la fractalidad de los objetos vivos. Aparecen en la práctica totalidad de las jerarquías de la organización de la vida en el planeta. Se diría que la fractalidad es especialmente insistente por gracia de la selección natural. Se diría que en eso supera con creces a la selección fundamental. Se diría que la selección natural favorece tanto la fractalidad que casi la impone como una solución de la que incluso cuesta desviarse. Intentaré convencerles de ello.

Empecemos por las plantas. Contemplemos por ejemplo el aspecto de un almendro en diciembre, desprovisto de flores y hojas. Y contemplemos esa desnudez del ramaje contra el cielo azul (figura 18.10) para apreciar cómo el tronco central, las ramas, las ramas de las ramas —y así sucesivamente hasta alcanzar las puntas últimas— llenan el espacio disponible. La forma del ramaje es fractal. Cualquier pedazo de almendro que contenga las puntas terminales da el pego para representar la totalidad del árbol. En muchos casos, si plantamos un pedazo así, incluso acabará creciendo hasta llegar a ser un árbol adulto, un almendro de provecho con el mismo estilo inconfundible, con ese estilo que hace que un conocedor lo pueda identificar a distancia sin ver los frutos, ni

las flores, ni las hojas. En un almendro medio se pueden reconocer hasta ocho iteraciones. El ángulo de la rama secundaria con el tronco es el mismo que el que forma la rama terciaria con la secundaria... No hace falta mucha imaginación para visualizar una estructura muy similar de las raíces bajo tierra... No hay dos almendros iguales, pero todos son formas ramificadas fractales de igual dimensión fractal. Es el estilo almendro, lo que todos los almendros tienen en común. Es la inteligibilidad de su forma, su primera inteligibilidad. Pero se puede hablar de una segunda inteligibilidad porque también se puede asegurar que, en mayor o menor grado, con mayor o menor número de iteraciones reconocibles o con diferente dimensión, resulta que ¡todos los árboles son fractales! Algo debe tener la fractalidad para que la selección natural la haya favorecido tanto en el caso del concepto «árbol». Sin embargo, aún se puede pensar en una tercera inteligibilidad. En efecto, no son sólo los árboles los que se desparraman fractalmente por ramas y raíces. Basta echar un vistazo a la realidad botánica para constatar que la inmensa mayoría de las plantas (todas en general) también son fractales. Los helechos presumen de una fractalidad casi exacta (figura 18.9). Sólo con fijar la vista en ellos, la mirada se matematiza. Las Partes se parecen al Todo, donde las Partes de las Partes se parecen a las Partes del Todo, donde las Partes de las Partes de las Partes se parecen a las Partes de las Partes... En ocasiones se llega hasta siete u ocho iteraciones. O sea, una Parte del Todo, debidamente ampliada, daría el pego por el Todo, y lo mismo para las Partes de niveles jerárquicos inferiores. Desde la fractalidad perfecta y disciplinada de un helecho hasta la fractalidad seductora y creadora de un almendro, las plantas se prodigan luciendo esta forma.

No es difícil diseñar modelos que simulen las diferentes familias de fractales que emergen y perseveran en el reino verde. No es difícil comprender la iteración de reglas —diferentes pero sencillas— que siguen las plantas durante su crecimiento para lograr su particular fractalidad. Pero lo que nos interesa ahora es descubrir qué es lo que la selección natural bendice cuando favorece una forma fractal. Buscamos una pista que nos lleve a la función natural de los fractales.

Tomemos impulso. Si la esfera protege, el hexágono pavimenta, la espiral empaqueta, la hélice agarra, la parábola emite y recibe, la onda desplaza, la punta penetra, la catenaria aguanta, ¿cuál es entonces la

mental por excelencia, porque es capaz de estar y de seguir estando, porque ha superado una selección que elige entre todo aquello que anuncia un principio tan potente como el de máxima entropía o mínima energía. De ahí viene la idea: ¿por qué no maximizar la *entropía de forma* para ver lo que tan prestigioso principio tiene que anunciar sobre la estabilidad de las formas en el mundo inerte?

Eso es lo que hizo uno de mis más brillantes discípulos para su tesis doctoral, Romualdo Pastor-Satorras. El resultado apareció en dos artículos publicados en la revista *Physica A* en los años 1996 y 1997 [74] y [75]. Conseguimos demostrar que la autosimilitud de una gran variedad de conjuntos fractales se deduce de un principio que maximiza la *entropía de forma* una vez determinada la información media necesaria para fijar las reglas. El análogo termodinámico es perfecto. La autosimilitud fractal es estadísticamente estable y la dimensión fractal desempeña el mismo papel que la temperatura en termodinámica. Habíamos encontrado lo que buscábamos: una pista relevante de por qué la fractalidad emerge con tanta facilidad en el mundo inerte, con independencia del mecanismo particular que lo consigue.

Ahora le toca el turno al mundo vivo. La vasta y diversa literatura de la fractalidad gusta de exhibir la fractalidad de los objetos vivos. Aparecen en la práctica totalidad de las jerarquías de la organización de la vida en el planeta. Se diría que la fractalidad es especialmente insistente por gracia de la selección natural. Se diría que en eso supera con creces a la selección fundamental. Se diría que la selección natural favorece tanto la fractalidad que casi la impone como una solución de la que incluso cuesta desviarse. Intentaré convencerles de ello.

Empecemos por las plantas. Contemplemos por ejemplo el aspecto de un almendro en diciembre, desprovisto de flores y hojas. Y contemplemos esa desnudez del ramaje contra el cielo azul (figura 18.10) para apreciar cómo el tronco central, las ramas, las ramas de las ramas —y así sucesivamente hasta alcanzar las puntas últimas— llenan el espacio disponible. La forma del ramaje es fractal. Cualquier pedazo de almendro que contenga las puntas terminales da el pego para representar la totalidad del árbol. En muchos casos, si plantamos un pedazo así, incluso acabará creciendo hasta llegar a ser un árbol adulto, un almendro de provecho con el mismo estilo inconfundible, con ese estilo que hace que un conocedor lo pueda identificar a distancia sin ver los frutos, ni

las flores, ni las hojas. En un almendro medio se pueden reconocer hasta ocho iteraciones. El ángulo de la rama secundaria con el tronco es el mismo que el que forma la rama terciaria con la secundaria... No hace falta mucha imaginación para visualizar una estructura muy similar de las raíces bajo tierra... No hay dos almendros iguales, pero todos son formas ramificadas fractales de igual dimensión fractal. Es el estilo almendro, lo que todos los almendros tienen en común. Es la inteligibilidad de su forma, su primera inteligibilidad. Pero se puede hablar de una segunda inteligibilidad porque también se puede asegurar que, en mayor o menor grado, con mayor o menor número de iteraciones reconocibles o con diferente dimensión, resulta que ¡todos los árboles son fractales! Algo debe tener la fractalidad para que la selección natural la haya favorecido tanto en el caso del concepto «árbol». Sin embargo, aún se puede pensar en una tercera inteligibilidad. En efecto, no son sólo los árboles los que se desparraman fractalmente por ramas y raíces. Basta echar un vistazo a la realidad botánica para constatar que la inmensa mayoría de las plantas (todas en general) también son fractales. Los helechos presumen de una fractalidad casi exacta (figura 18.9). Sólo con fijar la vista en ellos, la mirada se matematiza. Las Partes se parecen al Todo, donde las Partes de las Partes se parecen a las Partes del Todo, donde las Partes de las Partes de las Partes se parecen a las Partes de las Partes... En ocasiones se llega hasta siete u ocho iteraciones. O sea, una Parte del Todo, debidamente ampliada, daría el pego por el Todo, y lo mismo para las Partes de niveles jerárquicos inferiores. Desde la fractalidad perfecta y disciplinada de un helecho hasta la fractalidad seductora y creadora de un almendro, las plantas se prodigan luciendo esta forma.

No es difícil diseñar modelos que simulen las diferentes familias de fractales que emergen y perseveran en el reino verde. No es difícil comprender la iteración de reglas —diferentes pero sencillas— que siguen las plantas durante su crecimiento para lograr su particular fractalidad. Pero lo que nos interesa ahora es descubrir qué es lo que la selección natural bendice cuando favorece una forma fractal. Buscamos una pista que nos lleve a la función natural de los fractales.

Tomemos impulso. Si la esfera protege, el hexágono pavimenta, la espiral empaqueta, la hélice agarra, la parábola emite y recibe, la onda desplaza, la punta penetra, la catenaria aguanta, ¿cuál es entonces la

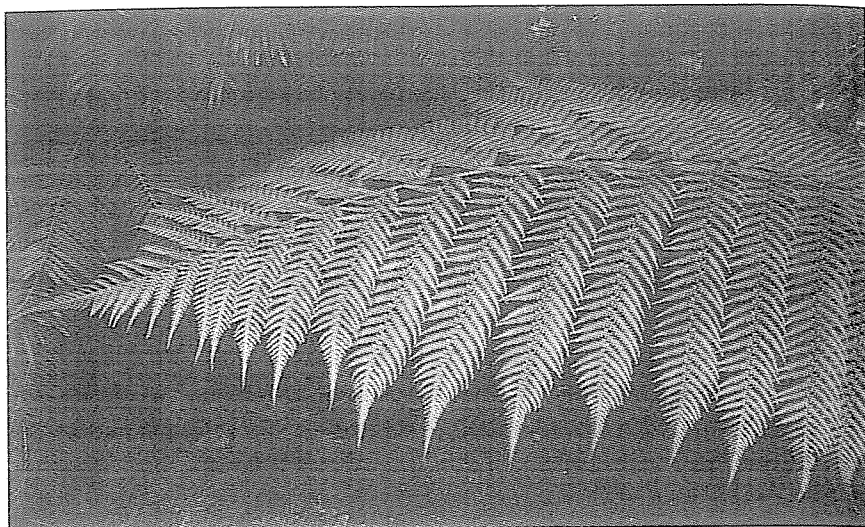


Figura 18.9. Los helechos son los fractales más perfectos por selección natural. Todos los helechos son fractales. El todo tiene partes que se le parecen, cuyas partes se parecen a sus partes... (fotografía del autor).

función natural prioritaria de los fractales? O por lo menos, ¿cuál es la función fractal en el caso de las plantas?

Lo que vertemos aquí (me alivia disculparme de vez en cuando) no es el riguroso resultado de una investigación extensa e intensa. Para tal cosa existen otro tipo de recursos y otro tipo de publicaciones. Aquí se trata de airear unas cuantas ideas y sugerencias, aunque al final todo quede en otra manera de preguntar. Y ahora que la pregunta ya está sobre la mesa, ahí va una respuesta. La fractalidad, prioritariamente, coloniza. Es una manera de llenar el espacio, es una manera de crecer... Pero coloniza, llena y crece manteniendo cierta continuidad entre las diferentes partes, una continuidad por donde puede circular un líquido como la savia o la sangre o un gas como el aire. ¿Hay alguna ventaja común a todos los objetos fractales en las plantas, alguna ventaja que las ayude a seguir con vida cuando la incertidumbre aprieta?

Comparemos la esfera con las formas fractales. En algunos aspectos incluso se puede decir que son lo contrario. Si hablamos de la forma de la superficie que separa el interior del exterior de un individuo vivo, la oposición es clara. La esfera minimiza la superficie fron-

tera que contiene un volumen determinado. La fractalidad más bien la maximiza. Y cuanto más itera la forma fractal, más crece la superficie-frontera-con-el-exterior con relación al volumen-encerrado-en-el-interior. Muchos árboles y cactus presentan incluso una duda esquizofrénica entre la esfera y los fractales. En efecto, muchos son los árboles cuyo ramaje recuerda, visto desde lejos, a una esfera o un disco. La tendencia es fuerte. Es muy frecuente que cuando dos o más árboles crecen demasiado juntos, se repartan sus diferentes contribuciones para que la copa tenga una sola redondez. La simetría esférica protege, de acuerdo. Pero visto de cerca, ¡el ramaje penetra el aire fractalmente! A gran escala, el árbol está protegido por una simetría circular. Y a menor escala, a la escala en la que se intercambian gases, agua, nutrientes, calor, etcétera, el árbol es fractal. Nos acercamos a una posible respuesta. La tendencia a aumentar el valor de la superficie que separa el interior del exterior favorece el intercambio de materiales entre el dentro y el fuera de la planta. Captar la humedad ambiente es una cuestión general. Otra es captar la luz. La fractalidad de las plantas rellena el espacio visitando el máximo número de puntos del entorno y además lo hace con continuidad, es decir, de manera que el interior del individuo no pierde la conectividad interior. La fractalidad intima el espacio. He aquí una buena función para ayudar a que una planta siga viva.

¿Y los animales? ¿Por qué no son también fractales las formas de los animales? También son seres vivos, también necesitan intercambiar materia, energía e información con el exterior... Buena pregunta. Mejor dicho, mala pregunta. A primera vista, se diría que los animales no exhiben formas fractales. Si un ser humano fuese fractal en su forma exterior, quizá le salieran cinco dedos de cada dedo de la mano. Y cinco dedos aún más pequeños para cada uno de aquéllos, hasta quizá seis o siete iteraciones, como ocurre con el almendro. No es así. ¿Pero servirían para algo tales fractales? Un animal intercambia energía y materiales de una manera muy distinta. Para empezar, dispone de orificios a través de los cuales concentra el intercambio de sólidos y líquidos con el exterior. El problema del calor incluso invierte los intereses. Los animales en general intentan aislarse del entorno con pieles o arquitecturas especiales, o adoptando formas esféricas (acurrucarse). En otras palabras, en el reino animal no supone ninguna ventaja maximizar la conexión interior con la exterior. Los animales no necesitan intimar



Figura 18.10. Almendro en invierno. Todos los almendros son fractales. Y todos los árboles. Quizá todas las plantas... ¿Y los animales? (fotografía del autor).

el espacio exterior como lo hacen las plantas (quizás en el caso de la mano aumentaría la sensibilidad del tacto). Por eso los animales, en general, no son fractales por fuera. Lo son algunos invertebrados marinos, como algunas medusas y estrellas (véase la figura inicial de este capítulo, 18.1). No, en general los animales no son fractales en su aspecto exterior. Sí, pero...

¡Por dentro, los animales son fractales! Basta pensar en el sistema circulatorio, en el sistema nervioso o en los bronquios de cualquier vertebrado (figura 18.11). Compárese, mental y alternativamente, el almendro de ramas desnudas con el sistema circulatorio humano. Somos un almendro por dentro. Las plantas son fractales por fuera. Los animales son fractales por dentro. Y lo más importante: lo que tenían en común todos los almendros, todos los árboles y todas las plantas, por fuera, lo comparten los animales por dentro. La fractalidad también intima el espacio en los animales, sólo que se trata del espacio interior, donde estos objetos vivos tienen la necesidad de suministrar toda clase

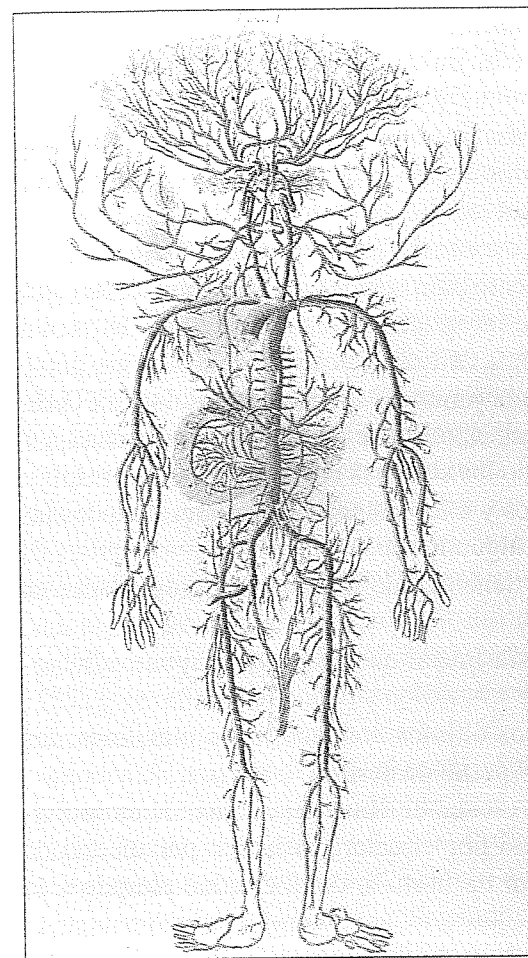


Figura 18.11. Sistema circulatorio según la Enciclopedia de Diderot y D'Alambert. Las plantas son fractales por fuera. Los animales lo son por dentro.

de sustancias, energía e información a cada una de sus células. De hecho, basta fijarse en el sistema vascular de una hoja para encontrarse con una fractalidad muy parecida a la de un animal. Parece haber una inteligibilidad suplementaria en la nervura dedicada al transporte interior en animales y plantas. Es decir, en el mundo inerte los fractales representan sólo una manera estable de crecer; en el mundo vivo representan una manera ventajosa de llenar el espacio; pero todo indica que la nervura fractal dedicada al transporte interior de materia (el sistema nervioso se saldría en principio de este caso) tiene una función natural suplementaria. Se diría que la selección natural favorece una subfun-

ción importante de la colonización del espacio interior y que tal subfunción permite comprender la universalidad de los fractales en el mundo vivo...

Hemos comentado en varias ocasiones que un individuo vivo intercambia materia, energía e información con su exterior. Lo que no hemos comentado tanto es lo que ocurre en el interior del individuo. Un ser vivo es ante todo un objeto extenso. Tiene volumen. Y ese volumen necesita de cierto mantenimiento para seguir vivo. En general, hay que transportar energía, materia e información hasta cada punto de ese interior (digamos que, en biología de individuos pluricelulares, un punto significa otro individuo de una jerarquía inferior, la célula). La cuestión no puede ser más general. Afecta por ejemplo a la estructura y a las propiedades funcionales de los sistemas cardiovasculares y respiratorios de todos los vertebrados y a los sistemas vasculares de todas las plantas. Todos estos casos (y algunos más, como el sistema de tubos de las tráqueas de los insectos) tienen como mínimo tres propiedades en común:

1.^a La estructura ramificada fractal que alimenta los puntos del interior del organismo.

2.^a El calibre límite de los últimos conductos, los más finos, los que vierten su contenido en el punto de destino.

3.^a Una misteriosa ley de escala: el ritmo metabólico de un individuo vivo, medido por ejemplo por el calor producido por unidad de masa, es proporcional al valor de la masa del individuo elevado a la potencia $3/4$.

Las tres propiedades son el resultado de observaciones en un colosal número de casos diferentes de la realidad viva. Sin embargo, no nos resultan igualmente comprensibles a primera vista. La primera propiedad sin duda lo es. Basta mirar. La forma fractal es una buena manera de colonizar el espacio. Además, la colonización es continua y conexa, lo que va muy bien si de lo que se trata es de transportar sangre o savia. Y nada más cómodo que una iteración fractal para construir la frondosidad más compleja y conveniente con la instrucción más sencilla. La selección natural no debió de tener muchas dudas para *dejar pasar* una ganga como ésta. Ya tenemos una primera función natural que contribuye a la inteligibilidad de estos fractales: servir a los puntos del espacio interior.

La segunda propiedad también es evidente. Sólo hay que ayudarse con algún instrumento para medir el calibre límite de los capilares más diminutos. El límite es el mismo en todos los casos. Quizá sorprenda que los capilares de una ballena de cien toneladas no sean mayores que los de un ratoncito de unos pocos gramos. Pero un animal grande no es una homotecia simple de uno pequeño. Se comprende, el límite está impuesto por la fenomenología física de la tensión superficial, el flujo hidrodinámico, la viscosidad, etcétera. Un capilar deja de funcionar como tal, tanto si es demasiado grande como si es demasiado pequeño. Esta segunda propiedad supone una restricción a la primera propiedad. Es un imperativo de la física y de las constantes de la naturaleza. La iteración fractal no puede prolongarse indefinidamente.

La tercera propiedad no tiene nada de evidente. Ahora se trata de hacer precisas y pacientes medidas en experimentos que involucran instrumentos complejos y sensibles (como los calorímetros o medidores de consumo de oxígeno). De hecho, las observaciones de las primeras reglas de escala del factor $1/4$ datan de los años treinta del siglo pasado. Las medidas sobre el ritmo metabólico se deben a Max Kleiber [76], y se refieren a todo el amplísimo espectro de tamaños individuales en el mundo vivo, desde una bacteria a una ballena azul (¡veintiún órdenes de magnitud!). La observación no es trivial, y no es fácil de comprender. Más aún, ha sido un gran misterio durante más de medio siglo. Desde entonces el misterio no había hecho sino aumentar. Primero, porque todas las explicaciones que se iban proponiendo acababan siempre por desmontarse. Segundo, porque cada vez se encuentran más propiedades biológicas que siguen este tipo de leyes con factores de escala «mágicos» múltiplos de $1/4$. Los naturalistas están bien familiarizados con este comportamiento. Los animales grandes son más longevos, crecen más lentamente, su corazón late más despacio... El misterio no está en la existencia de un factor de escala, sino en que tal factor sea un múltiplo de $1/4$ y no un múltiplo de $1/3$.

Por ejemplo, el calor se produce en todos los puntos del interior de un volumen de tres dimensiones. Sin embargo, para salir al exterior, el calor generado en el interior pasa por todos los puntos de la superficie de dos dimensiones que encierra tal volumen. Luego cualquier cantidad que tenga que ver con la producción interior se relaciona con cualquier cantidad que tenga que ver con la disipación según una po-

tencia de $2/3$. La realidad es terca en sus respuestas y durante los últimos cincuenta años ya se han acumulado más de doscientas variables biológicas que siguen las leyes de escala del $1/4$ y no del esperado $2/3$. Misterio, décadas y décadas con un precioso y mortificante misterio sin resolver.

La razón de tanto despiste está, hoy lo sabemos, en un prejuicio: el enfoque euclídeo del problema. En estos organismos vivos el espacio tridimensional no se llena de cualquier manera. La hipótesis errónea es suponer que el calor (o cualquier otra magnitud extensiva) se genera homogéneamente en el interior. Por decisión de la selección natural, el espacio se llena fractalmente. Con esta nueva idea se puede recalcular el factor de escala previsible. Éste es el primer mérito de dos biólogos de la Universidad de Nuevo México en Albuquerque, James H. Brown y Brian J. Enquist, y del físico teórico Geoffrey West del Los Álamos National Laboratory, también de Nuevo México. Los biólogos, iluminados por la lectura del libro de Mandelbrot, tuvieron la sospecha de que la clave del misterio está en el transporte interno de nutrientes y otras sustancias vitales, a través de la red fractal de conductos. Hay que abandonar la geometría euclídea y adoptar una mentalidad fractal de la ocupación del espacio. Para ello conviene la ayuda de alguien con un perfil bien especial: debe ser un físico o matemático que trabaje a tiro de piedra, que tenga tiempo para perder, que sienta curiosidad por temas ajenos y que tenga buena mano para resolver problemas complejos de hidrodinámica. Con todo ello existe la esperanza de una nueva comprensión. La situación es la siguiente.

Las tres propiedades antes mencionadas resultan de observar la realidad. Dos se comprenden y una no. La cuestión está en si se puede lograr una comprensión de las tres. Por ejemplo: ¿se puede deducir la propiedad incomprensible a partir de las otras dos propiedades comprensibles? West, Brown y Enquist (WBE) lo lograron y publicaron su trabajo en un maravilloso artículo del año 1997 en la revista *Science* [77]. Sin embargo, para resolver el antiguo misterio, introdujeron una cuarta propiedad en su modelo. Es la siguiente, la propiedad número cuatro.

4.^a: La energía requerida para distribuir el transporte de recursos por el interior del sistema es mínima.

Se trata de una nueva restricción a la fractalidad que equivale, físicamente, a minimizar la resistencia hidrodinámica global del trans-

porte doméstico. Pero atención, la llamada cuarta propiedad no se deduce de los datos reales como las otras. Es una hipótesis, una conjetura, curiosamente una conjetura similar (y que se introduce con una técnica matemática similar) a la que nosotros utilizamos para demostrar la estabilidad general de los fractales en la naturaleza inerte. El resultado de WBE se puede leer así:

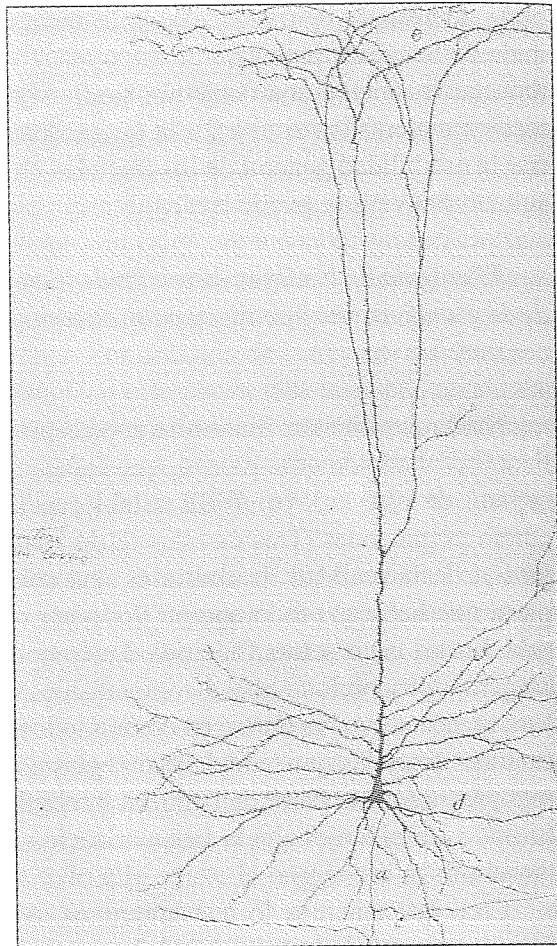
El enigma de las leyes de escala de factor $1/4$, es una consecuencia de la ramificación fractal cuando el transporte interior minimiza su consumo de energía.

Nada que objetar. Sin embargo, yo prefiero leer este mismo brillante resultado de otra manera, que encaja mejor con el esquema conceptual de este ensayo. WBE establecen la relación necesaria entre cuatro propiedades. Tres de ellas se derivan directamente de la observación de la realidad, la cuarta es una conjetura. La conjetura es la pieza que hace que todo encaje. Todo era conocido excepto la conjetura. Luego la conjetura funciona. La conjetura es lo que ganamos. La conjetura proporciona nueva comprensión. La conjetura se añade a la lista de las cosas que tienen en común todos estos casos reales (ramificaciones fractales que cumplen las reglas de escala del $1/4$). La conjetura pasa a formar parte de la nueva inteligibilidad. Lo que en realidad hemos averiguado es que la vascularización fractal en animales y plantas minimiza la energía.

Creo que tenemos lo que buscamos. Acabamos de localizar otra función natural de la fractalidad. La selección natural actúa seleccionando fractales. La función de ayudar a seguir vivo supone diferentes subfunciones naturales. Una de ellas es, sencillamente, la colonización del espacio interior. Lo mismo vale también para una red de neuronas (figura 18.12) y quizá, en general, para todo el sistema nervioso. Pero acabamos de tropezarnos con una segunda subfunción natural de la fractalidad, que es la de minimizar la energía del transporte (lo que de momento no se ha demostrado para el sistema nervioso). Y esta función es tan general como lo son las reglas de escala con factores múltiples de $1/4$.

Resumiendo desde una perspectiva más general: de la misma manera que la selección fundamental favorece la perseverancia de los sis-

Figura 18.12. Neurona dibujada por el genial científico y dibujante Santiago Ramón y Cajal. El complejo sistema neuronal que sostiene nuestra inteligencia y nuestra memoria es una red fractal.



temas estables en el mundo inerte, la selección natural favorece la perseverancia de los sistemas que mejor se independizan de la incertidumbre ambiental. Una primera actuación de la selección natural favorece la simple ramificación fractal (lo que incluiría otros casos como el sistema nervioso). Pero minimizar el esfuerzo físico o el gasto de energía supone una ventaja más en cuanto a una eventual independencia de una entidad viva respecto de su entorno. Para seguir vivo no basta con ser estable en el sentido de la realidad inerte. La función natural de la fractalidad (la plusvalía obtenida por superar la selección natural) en el transporte interno es un buen ejemplo: cumplir con el suministro de

sustancias vitales a todas las células interiores del individuo con el mínimo esfuerzo posible. Y las reglas de escala de factor $1/4$ en la amplia jerarquía biológica es una (ahora) muy visible expresión del trabajo de la selección natural. Los fractales, prioritariamente, colonizan el espacio. Y si se trata del espacio interior de animales y plantas se puede decir algo más: los fractales colonizan su espacio interior para mantener vivos todos los puntos con el mínimo esfuerzo.

Sólo nos queda comentar algo de la fractalidad cultural. Ésta empieza bastante antes de la formalización y aconcepción de Mandelbrot. Contemplar una forma fractal interesa. Se experimenta gozo mental. Gozo mental, el estímulo de la selección cultural. El cerebro goza cuando ejerce como tal, cuando tiene una inteligibilidad que resolver, cuando intuye que está en situación de comprender algo. Por ejemplo, la contemplación de la estructura de venas, venitas, vasos y capilares que alimentan el riñón interesa más que la contemplación de una línea recta como las que se pintan en medio de las carreteras. Pero también interesa más que la contemplación de un ovillo de lana desenrollado y enmarañado en una masa caótica. En el primer caso no hay nada que resolver porque el problema es trivial, está resuelto de un plumazo, la representación más compacta es la propia recta. Es incomprensible por irreducible. Pero lo mismo pasa en el segundo caso. Tampoco hay nada que resolver porque la representación más compacta coincide con el lío caótico de lana. En términos arquitectónicos, el gozo visual está dentro de un intervalo, entre un mínimo de la fractalidad (quizá tipo Mies van der Rohe) y un máximo (quizá tipo Gaudí).

Pero no todo el gozo fractal accede al cerebro por la vista. De la misma manera que el espacio se ocupa con materia, el tiempo se puede ocupar con sonido. Eso es la música: *una manera autoafín de llenar el tiempo con sonido...* es cuando una breve frase, o un leve acento, es capaz de reflejar la globalidad. Es el gozo de la música: resolver la autoafinidad; un tenso conflicto entre lo que se puede predecir y la sorpresa. Si la correlación en el tiempo es demasiado baja, la predicción requiere un trabajo infinito, por lo que el cerebro se ve insuficiente y se deprime... El ruido blanco (totalmente aleatorio) primero desespera y luego aburre. Si la correlación es demasiado alta, la predicción requiere un trabajo nulo, con lo que el cerebro se ve innecesario y se ofende... El ruido marrón (una sinfonía de una sola nota) primero

aburre y luego desespera. La música es un ruido rosa. Se puede definir la dimensión fractal de la melodía (las frecuencias de las notas), de la modulación (sus intensidades) o del ritmo (sus duraciones) de una partitura. Pues bien, el margen para el gozo musical resulta ser muy estrecho, mucho más estrecho que para el visual. Las fractalidades de todas las músicas de todos los tiempos y culturas, desde el *Ba-Benzele* de los pigmeos hasta el *Sergeant Pepper* de los Beatles, pasando por la música tradicional japonesa, las ragas de la India, las canciones populares de la vieja Rusia, el jazz, la música medieval, Bach, Beethoven o Satie se apretujan en torno a un mismo valor. Algunas obras de John Cage o Karlheinz Stockhausen quedan fuera (!!).

Salvador Dalí fue un artista que interesó a escritores, pero no sólo a escritores como ocurriera quizá con Edward Hopper, un pintor que ha maravillado a escritores, pero nunca ha emocionado a otros pintores (es, seguramente el pintor más usado en cubiertas de novelas). Sus cuadros son soledades humanas, a veces incluso soledades inhumanas, a menudo hasta soledades colectivas, es literatura pintada... Dalí interesó a científicos, pero no sólo a científicos como ocurriera quizá con Maurits Cornelius Escher, un ilustrador que enamora a científicos (es, sin duda, el artista más utilizado a la hora de ilustrar artículos y cubiertas de libros científicos) pero que deja fríos a escritores y artistas. Sus trucos distorsionan la realidad para que el científico pueda intuir lo que ya comprende... Y Dalí interesó también a otros artistas. Pero no hay duda de que la intuición de Dalí se alimentaba de ciencia, tenía amigos de ciencia, oía y leía ciencia, conversaba sobre ciencia... Yo diría que necesitaba su ración diaria de ciencia para vivir. Lo conocí al final de su vida, en 1985, con ocasión de una inolvidable reunión entre filósofos y científicos que tuvo lugar en el Teatro Museo Dalí de Figueres [4]. En total hablé con él cuatro veces antes y durante la preparación del encuentro. Siempre sobre ciencia. En una de estas ocasiones, me pidió información sobre la oxidación de la superficie del mercurio con el aire. Ante mi sorpresa, me pidió que bajara a la sala y contemplara el cuadro *La panera* y fijara mi atención en la textura de la costra del trozo de pan que aparece en la cesta... Cumplí su deseo, pero debo reconocer que no fue tanto para satisfacer su curiosidad, como para satisfacer la mía sobre la suya. Su obra transpira ciencia por todos los poros, desde la mera curiosidad técnica, como la eterna obsesión por

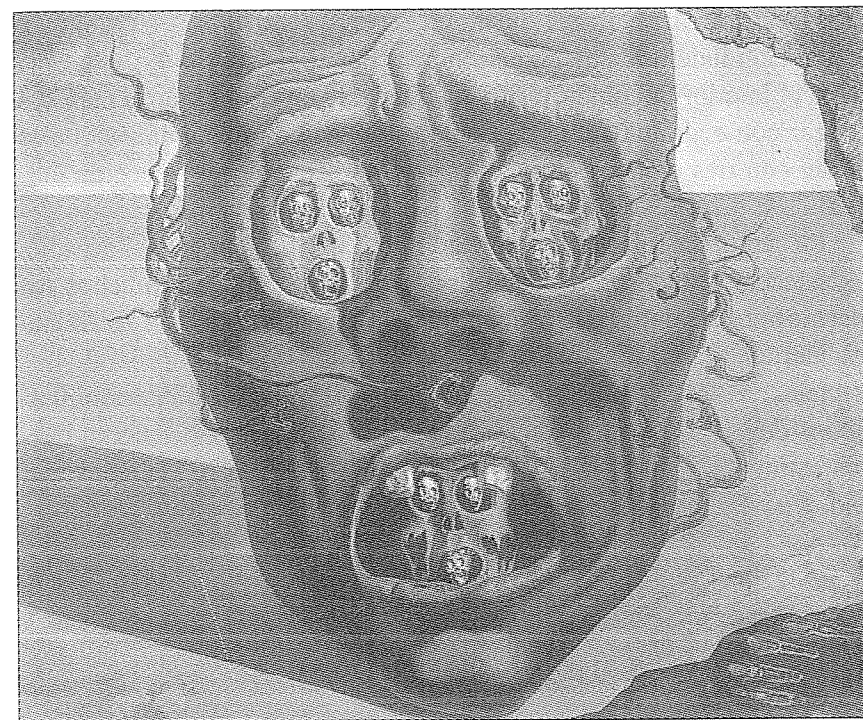


Figura 18.13. *Visage de la guerre* (1940-1941), de Salvador Dalí. Dalí intuyó la autosimilitud por iteración en niveles jerárquicos progresivamente decrecientes unos treinta años antes de que Benoît Mandelbrot acuñara el concepto de la geometría fractal de la naturaleza.

plasmar la tercera dimensión, a profundas intuiciones científicas de artista, como la teoría de la relatividad, la biología molecular o la física cuántica. Tuvo, creo, dos profundas intuiciones científicas de artista relacionadas con la visualización de las dimensiones en el espacio. Una se refiere a la intuición de la cuarta dimensión (atención: la cuarta, no la tercera), la otra se refiere a lo que, mucho después, Mandelbrot relacionaría con la dimensión fraccionaria, es decir, con lo que nos ocupa en este capítulo, la fractalidad. En ambas ocasiones se adelantó decenas de años a su momento natural de que la popularizaran dentro de la comunidad científica. Dejamos el caso de la percepción de la cuarta dimensión para el epílogo. De momento basta con contemplar su óleo *Visage de guerre* (Rotterdam, Museum Boymans van Beuningen, figura 18.13).

En 1940 Dalí intuye el mecanismo más simple para crear complejidad, la iteración indefinida de un patrón para llenar el espacio (en este caso hacia el interior del objeto). El más frecuente en la naturaleza para colonizar con continuidad. Cada cráneo se llena con tres cráneos que se llenan con tres cráneos que... Una iteración fractal por selección cultural.

En suma, los fractales colonizan íntima y delicadamente el espacio. La selección fundamental tiene donde elegir porque son muchos los mecanismos distintos que acaban fabricando estas formas. Los fractales inertes son estables y así lo garantiza un principio general. Los fractales vivos son ampliamente adaptativos con importantes subfunciones de eficacia. Y los fractales cultos son creativos y generan buenos estímulos para la mente a través de diferentes vías del sensorio. Eso, y no otra cosa, es empezar a comprender los fractales.

Epílogo de la segunda parte Lo bello y lo inteligible

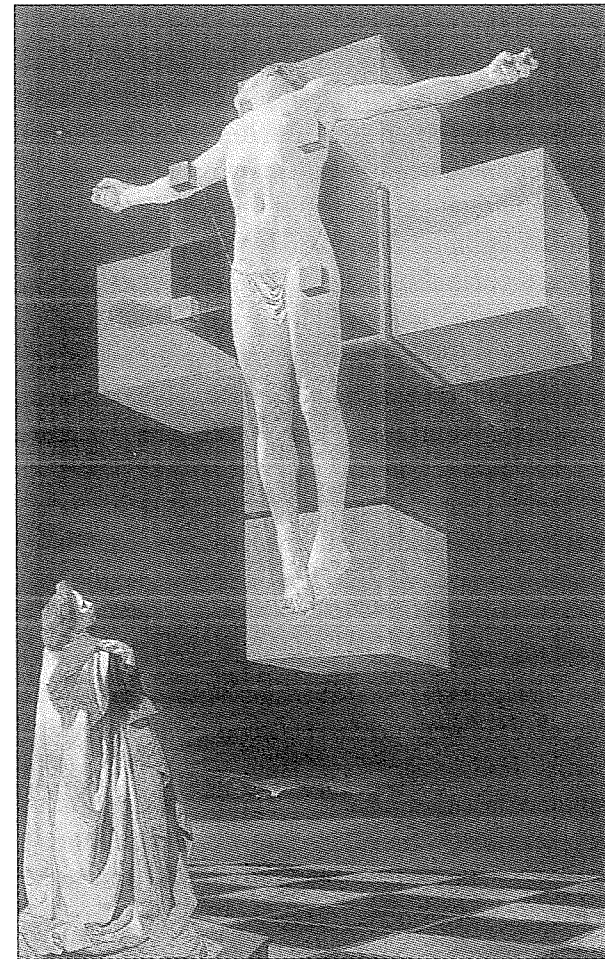


Figura 19.1. *Corpus hypercubus (Crucifixión)*, 1954, de Salvador Dalí, Metropolitan Museum of Art.

Tal como sospechábamos, las formas de la naturaleza se pueden comprender. Alguna inteligibilidad hemos encontrado. La mente se nutre de conocimiento, pero el conocimiento no se nutre sólo de inteligibilidad. Hay otras cosas. Por ejemplo, belleza. Más aún, la creatividad humana necesita comprender para anticipar la incertidumbre. Y así se explican muchas de las formas inventadas por los seres humanos a lo largo de su historia. Pero la selección cultural no siempre trabaja en pos de la utilidad. ¿En pos de qué, entonces? Por ejemplo, de la belleza. Hemos hablado mucho de inteligibilidad y poco de belleza. Tratemos de enmendar las cosas en este epílogo.

¿Qué es la belleza? Inteligibilidad y belleza son conceptos más próximos de lo que parece a primera vista. La belleza es un estado de la mente al que se accede por un estímulo visual. Por extensión, la belleza también puede entrar a través de cualquier otro sentido. Parte de la belleza está en la realidad que percibimos y parte en nuestra propia mente. Con la inteligibilidad ocurre algo muy similar. La inteligibilidad es un estado mental al que se accede por reflexión, cuando se descubre lo común entre lo diverso. En ambos casos se trata del resultado de una actividad mental que empieza en la realidad exterior. Sin embargo, existe, creo, una diferencia.

La inteligibilidad de un pedazo de realidad se refiere a su relación con el resto de la realidad. La belleza de un pedazo de realidad, en cambio, tiene que ver con la relación entre las partes del pedazo de realidad en cuestión. La inteligibilidad es un concepto fronteras afuera; la belleza, fronteras adentro. La inteligibilidad del concepto «árbol» está en todo aquello que comparten todos los árboles; la inteligibilidad del concepto «pino» hay que buscarla en aquello que es común a todos los pinos...

La inteligibilidad crece cuando crece la intersección de las poblaciones de objetos, es decir, cuando aumenta la esencia compartida por todos. La inteligibilidad es, de hecho, *la mínima expresión de lo máximo compartido*. En otras palabras, buscar inteligibilidad es buscar algo que se repite en una variedad de pedazos de realidad, y cuando decimos que comprendemos cualquiera de tales pedazos (en lo comprendido, en lo repetido) es siempre respecto de los demás pedazos. La repetición de las cosas tiene un nombre... o dos.

La repetición en el espacio es la armonía. La repetición en el tiempo es el ritmo. Ya tenemos una primera pista, porque el tiempo y el espacio

son los conceptos a priori con los que construimos todo conocimiento inteligible. Por otro lado, ritmo y armonía son también, por su presencia o su ausencia, los conceptos esenciales de la belleza. Aventuramos una definición:

La belleza de un pedazo de realidad es el grado de ritmo y armonía que una mente es capaz de percibir.

O sea, belleza es el grado de repetición que puede percibirse entre las partes de un pedazo de realidad cuando se recorre en el espacio o en el tiempo. La belleza más simple e inmediata quizá sea la simetría, cuando un lado de un objeto, por ejemplo, se parece a otro de sus lados. Entonces, porque tal simetría existe, porque existe mucha, porque existe poca o porque deja de existir, la mente percibe belleza. La simetría es una referencia de belleza. Si percibir la inteligibilidad es comprender, ahora hay que acordar una palabra para nombrar lo que significa percibir la belleza. Debe ser una palabra que, en su significado, no incluya el gozo mental que pueda resultar de percibir lo bello, de la misma manera que el significado de la palabra comprensión no incluye el gozo que resulta de comprender. ¿Cómo llamar al simple hecho de captar una armonía o un ritmo?

La palabra no existe porque, en el lenguaje común, la belleza no se libra de una connotación positiva (que nosotros hemos evitado en la definición). Lo bello no se separa del gozo por lo bello. Por esa razón no nos sirve la palabra «embelesar». Usando dos palabras, lo que buscamos es algo así como comprender la belleza, captar la estética. Lo primero equivale a adelantar una teoría. Lo segundo es sencillamente feo. Además, son dos palabras y buscamos una sola. Inventar una palabra siempre parece presuntuoso, pero la necesitamos. Probemos. «Bellar», de bello, no funciona. Pero «beldar», de «beldad», quizá sí. «Beldad» es sinónimo de belleza, aunque con un poco más de carga femenina. Bienvenida sea esa carga. Además, y al igual que ha ocurrido en el tercer capítulo de la primera parte con la palabra «nervura», la palabra existe, aunque con otro sentido. En este caso, el segundo sentido de la palabra beldar (el único que existe de momento) nos va aquí de perlas, porque beldar es usar el biello, es decir, aventar las mieses, esto es, separar el grano de la paja. Propongo, pues, que beldar aluda a

la acción de separar lo que es armonía y ritmo de lo que no lo es. El paralelismo con los términos «inteligibilidad» y «comprensión» es satisfactorio, porque comprender también significa separar, separar lo comprensible de lo incomprensible, lo común de lo diverso, la esencia de los matices, el ruido de la información... el grano de la paja. Sí, por segunda y última vez en este ensayo, y con el debido respeto, propongo a la Real Academia:

«**beldar** (de beldad). tr. 1 Captar la belleza. 2 (de bieldo) Usar el bieldo. Separar el grano de la paja. 3 fig. Separar la información del ruido, separar lo que es ritmo y armonía de lo que no lo es».

Así, podríamos decir, por ejemplo:

«Es preferible beldar un árbol de hoja caduca en invierno, cuando se puede apreciar bien el ángulo de incidencia de una rama en la otra, de las primarias con el tronco, de las secundarias con las primarias, de las terciarias con las secundarias, cuando vemos cómo descende el calibre de una rama según sea ésta primaria, secundaria o terciaria... Beldar en primavera es más fácil, basta apreciar la repetición de flores u hojas iguales...».

O también:

«Hacia el final del primer tiempo del quinto *Concierto de Brandeburgo*, de Juan Sebastián Bach, el clavecín parece perderse en un laberinto. Resulta conmovedor beldar sus divagaciones por una maraña de falsas soluciones hasta que, por fin, encuentra una salida luminosa y triunfal...».

Ya tenemos la palabra. Comprender es a la inteligibilidad lo que beldar es a la belleza. Hablemos ahora del gozo mental que ambas cosas pueden producir. ¿En qué consiste y cuál es su sentido? Se trata, como vamos a ver, de otro punto de convergencia entre inteligibilidad y belleza.

En efecto, lo bello y lo inteligible comparten, creo, una profunda raíz. Atendamos primero al gozo de beldar. Ocurre en una región de de-

licadísima inestabilidad. Si en el pedazo de la realidad que observamos no hay ningún tipo de regularidad o repetición, es decir, si no hay ritmo o armonía, entonces la mente no tiene nada que resolver durante su exploración del espacio o el tiempo. En esta situación la mente se fatiga buscando, hasta que se rinde. Y al final, se frustra. Si, por el contrario, hay demasiado ritmo o demasiada armonía, entonces la mente tropieza con un problema banal, un reto de solución inmediata, trivial. La mente acaba su trabajo nada más empezar. No hay trabajo de mérito para la mente. Aquí la mente se ofende. En cualquiera de los dos extremos, la mente trata de esquivar una situación especial, aquella en la que no se cuenta con ella: el aburrimiento. La tortura del presidio está en que a uno le niegan incluso la mínima dosis de incertidumbre necesaria para vivir. El gozo mental de la belleza y de la inteligibilidad es un episodio que tiene lugar en algún punto entre la frustración y la ofensa. El grado de armonía o ritmo que produce gozo depende de la mente, muy especialmente de sus aspectos culturales. En el caso de la música, comentado en el capítulo de los fractales, el placer está, para algunos, en un grado fácil de beldar, más cerca de una canción de cuna que de un cuarteto de Beethoven. Otros, sin embargo, declaran que su punto de gozo se acerca más a la música aleatoria o dodecafónica... Algo parecido se puede comentar en pintura recorriendo diferentes estilos, desde el arte rupestre más sintético y realista al arte contemporáneo más abstracto, pasando por otros estadios intermedios, siempre como desafíos para la belda, para capturar las armonías y los ritmos más o menos ocultos. En particular, estamos hablando de dónde está ese gozo. Está en esa delicada inestabilidad que fluctúa entre la predicción y la sorpresa. Ya hemos hablado de ella. Por un lado, el gozo está en anticipar la incertidumbre.

Pero, por otro lado, el gozo está también en la predicción fallida, en ese detalle que no encaja con las pautas descubiertas. El gozo es la garantía de que el trabajo de la mente aún no ha terminado, de que siempre hay un nuevo reto. Pero, así como en ciencia la inteligibilidad no lo es todo, tampoco el arte es todo belleza. Atención, no estamos hablando de la emoción del arte, sino del gozo por percibir belleza. En particular, hablamos acerca de dónde está ese gozo. Otra cosa es saber por qué está ahí y para qué sirve, si es que sirve para algo.

Atendamos ahora al gozo por comprender. ¿En qué consiste ahora el gozo mental? El gozo por comprender está en cada nuevo caso que

podemos incluir en una particular comprensión. Lo hemos comentado en varias ocasiones. La comprensión aumenta con la comprensión. Cuanto más se comprime, más se comprende, porque mayor es el dominio que representa lo comprimido, es decir, más vasto es el alcance de lo comprendido. Es la diferencia entre una ley general, un modelo o un modelillo. Y apostar a que un nuevo caso pertenece al dominio de lo comprendido no es otra cosa que hacer una predicción. Anticipar. Por ejemplo, apostar a que la ley que regula la caída de una roca montañosa abajo es la misma que la que regula el movimiento de un planeta alrededor del Sol. Y si anticipar es apostar, comprobar es aplicar. Eso por una parte: el gozo en la percepción de la inteligibilidad, como en la percepción de la belleza, es la constatación de una anticipación. Pero también aquí existe una rara y delicada inestabilidad. Es la idea central de lo que podríamos llamar el tercer principio del método científico, el principio dialéctico [78]. Según ese principio, una comprensión científica debe correr el riesgo de ser desmentida por la realidad. En este caso pueden aparecer dos tipos de paradoja. La primera es la paradoja de contradicción. La ciencia no puede admitir A (realidad percibida) y no A (realidad comprendida) al mismo tiempo. O falla la percepción o falla la verdad vigente. Si falla una comprensión (la apuesta para un presunto nuevo caso), hay que cambiar la inteligibilidad vigente por otra nueva. La segunda paradoja es la paradoja de incompletitud. La realidad percibida dice A y la verdad científica no dice ni A ni no A. Es decir, la realidad no se comprende. En cambio, la hipótesis de trabajo de un científico reza lo contrario: la realidad es comprensible, comprimible. Si no disponemos de una inteligibilidad, entonces hay que buscarla. El principio dialéctico es el motor del progreso del conocimiento científico. Aquí está, con toda precisión, la clave del gozo de la inteligibilidad, entre la convergencia y la divergencia de una comprensión con un nuevo pedazo de realidad. La convergencia significa predicción acertada, la divergencia es la señal de que hay que buscar una comprensión nueva, que la teoría vigente se ha agotado. Quizá sea posible encontrar una verdad más amplia donde quepa la anterior como caso particular (la historia de la ciencia está llena de estos casos). Éste es el delicado momento del gozo por la comprensión. Si una inteligibilidad lo predice todo, comprendemos mucho, pero el tedio acaba por invadirnos. Ya no gozamos comprendiendo. Si la inteligibili-

dad no predice nada, la desorientación es absoluta. Es la desesperación. El gozo por comprender fluctúa entonces sutilmente entre dos aguas, entre la predicción y la sorpresa. Como el gozo por la belleza. Si lo bello y lo inteligible comparten algo (el gozo) es que aún queda algo por comprender.

Intentemos ahondar en esta convergencia, no sea que ambos gozos tengan algo que ver. A lo largo de este ensayo han surgido las pistas suficientes para una posible solución. Existe lo que se selecciona fundamental, natural o culturalmente. Y el criterio no puede ser más claro y más fuerte: perseverar. Para estudiar las alternativas, regresemos a la ley general del cambio desarrollada en el capítulo siete. Una de ellas, quizá la más importante, es precisamente ¡anticipar la incertidumbre! Pero anticipar la incertidumbre tiene un doble filo, justamente el doble filo sobre el que descansa el gozo por la belleza y por la inteligibilidad del mundo. En efecto, anticipar la incertidumbre es bueno a la hora de seguir viviendo. Pero una de las características de la incertidumbre es que es incierta, cambia. De modo que un organismo que se especializa en una incertidumbre, es decir, se duerme en el gozo sólo de la predicción, puede tener problemas cuando la incertidumbre aprieta, es decir, cuando necesite nuevas inteligibilidades. Y eso sólo se garantiza con ciertas dosis de gozo por el fallo y la sorpresa. Comprender, percibir la inteligibilidad ayuda a perseverar en el mundo, y el gozo por esa búsqueda es el estímulo que consolida, garantiza o consagra tal prestación. Es como el hambre respecto de la nutrición, el gozo sexual respecto de la reproducción, el dolor respecto de cuidar de uno mismo... En cambio, la capacidad de beldar, de percibir la belleza y el gozo que asegura tal capacidad en la historia, no parece tener una relación directa con el mérito de perseverar en este mundo... Buena pregunta. ¿Por qué hay belleza en el mundo?, ¿por qué hay armonía?, ¿por qué hay ritmo?, ¿sirve todo eso para algo? El mundo podría ser perfectamente un mundo amorfo, sin repeticiones, sin simetrías. ¿Tiene algún sentido que no sea así? En cualquier caso, el mundo era bello mucho antes de que emergiera un individuo capaz de gozar con la percepción de su belleza. Es bien posible que esta pregunta haga sonreír, moviendo la cabeza de lado a lado, a los creyentes de corazón. ¡Vaya pregunta! Pero ya hemos anunciado que nuestra voluntad es comprender el mundo sin la ayuda de Dios.

Alguna selección favoreció el estímulo del gozo por comprender y el gozo por beldar. Pudieron ser dos selecciones independientes, pero, en ese caso, el gozo por la belleza no se explica bien. A primera vista, por lo menos, la belleza no parece involucrar ningún tipo de ventaja para permanecer en el mundo real. La otra alternativa es la de que ambos gozos están relacionados. Por ejemplo, uno podría ser la preselección del otro. ¿Qué fue antes? ¿Apreciamos la belleza de tanto comprender? ¿O más bien empezaron a comprender los preseleccionados por el sentido estético? Pero en ese caso nos encontramos de nuevo con la cuestión de una preselección difícilmente explicable. La tentación es poner la inteligencia abstracta por delante y la percepción de la belleza como una de sus tardías (y no necesariamente útiles) sofisticaciones. Esto no suena mal: se necesitaron millones de años tallando instrumentos de piedra (que ayudan claramente a perseverar en el mundo incierto) antes de que a alguien se le ocurriera pintar un toro en la pared de una caverna (para la contemplación artística o religiosa).

No suena mal pero es falso. Una aproximación más atenta a la historia de la realidad del mundo muestra que la percepción de la belleza precede con mucho a la percepción de la inteligibilidad. Creo que no hay duda de ello. Ciertas piezas de la industria lítica fabricadas por el *Homo erectus* así lo demuestran [79]. Hay evidencia de hachas de piedra de hace un millón de años de una simetría conmovedora, obsesiva; hachas que, además, ¡nunca llegaron a usarse! (figura 19.2 y, antes, 14.5). Eran instrumentos para mirar, para poseer. Simetría en este caso significa repetir un perfil como mínimo dos veces, una a cada lado. Este homínido estaba lejos aún de la inteligencia abstracta (simbólica, representativa) capaz de producir arte o ciencia. Ni siquiera se tiene evidencia de su autoconsciencia (conocimiento del yo). No tenía ritos, ni enterraba a sus muertos. Sin embargo, no hay la menor duda de su sentido estético. Siguen dos ejemplos notables que he vivido de cerca porque ambos están protagonizados por dos amigos, grandes paleoantropólogos, nada menos que Henry de Lumley y Juan Luis Arsuaga. Ambos han pasado por el museo para hablar de su trabajo. El primer caso me dio la primera pista. Así lo viví en su día:

A mi lado diserta Henri de Lumley, una leyenda viva de la paleoantropología. A nuestra espalda, en una gran pantalla, brilla la imagen de una hacha de sílex concebida por un *Homo erectus* hace casi medio mi-

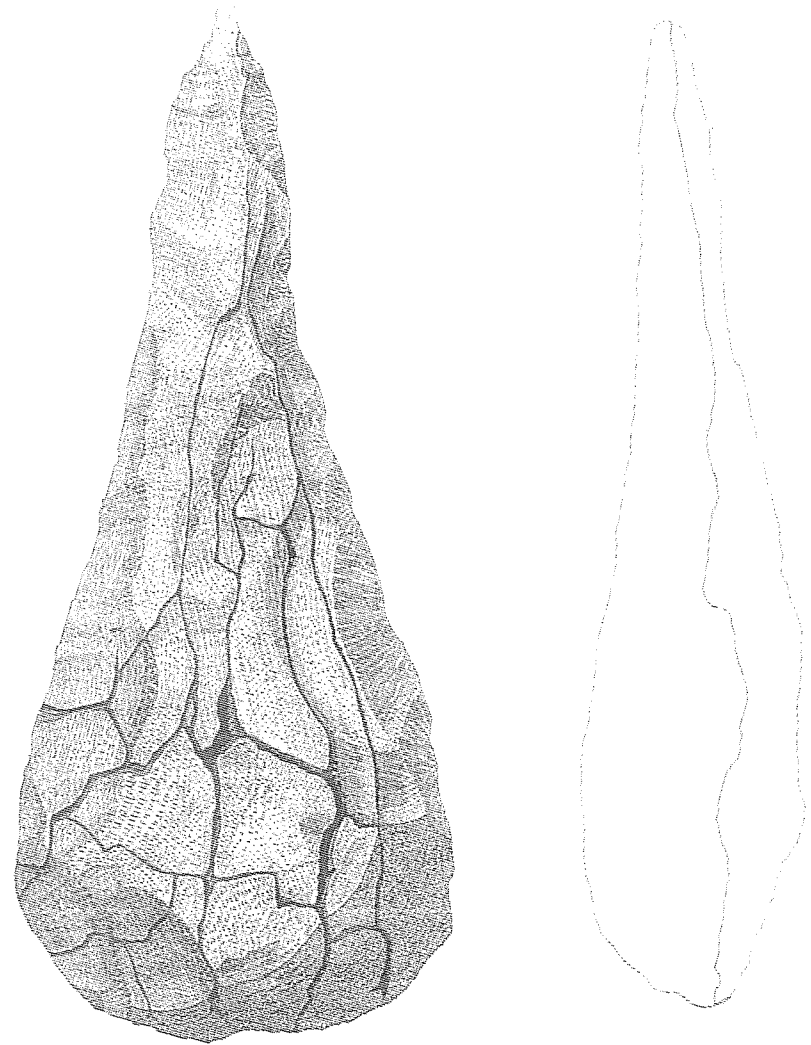


Figura 19.2. Bifaz fabricada por el *Homo erectus* hace unos 580.000 años (cueva de Aragón, Tautavel, Francia; dibujo de Olivia Cuadra).

llón de años. Trato de imaginar al remoto autor de tanta perfección, cuando se oye la voz del profesor Lumley pronunciando la expresión «su sentido estético». ¿Cómo ha dicho? ¿Cuándo se ha escrito que el *Homo erectus* tuviera sentido estético? Ahora, el remoto individuo que imagino se pone a contemplar su propia obra mientras, embelesado, la hace girar entre sus dedos. La mira, la vuelve a mirar y, de vez en cuando, le da un penúltimo toquecito para corregir, aún más si cabe, su obsesiva simetría bilateral... Incluso llega, siempre en mi imaginación, claro, a requerir la atención de un compañero para arrancar de éste una mueca de admiración...

El sentido estético no figura entre las cinco grandes efemérides que coronan la carrera hacia la humanidad. Un homínido anterior, el *Homo habilis*, el inventor de la industria lítica, nunca buscó simetría, sólo eficacia. Por ello, en este caso, Lumley habla de estética, porque la simetría no aporta nada a la utilidad del útil. Es un gozo para la vista, un gozo para el tacto, un gozo para poseer. Unos millones de años antes, el *Australopithecus afarensis* había iniciado la carrera hacia la humanidad poniéndose de pie (primera efeméride). Con el bipedismo se otea mejor el horizonte de la sabana, las crías huyen más seguras en brazos de sus madres y, sobre todo, con las manos libres se abre el camino para pasar de la teoría a la práctica, para el desarrollo del cerebro. Así llegamos al *Homo habilis*, que con la industria lítica (segunda efeméride) extiende las prestaciones de la mano mucho más allá del cuerpo. Después le toca el turno al *Homo erectus*, cuya contribución notoria a la evolución es el fuego (tercera efeméride). Con fuego se come mejor y se es comido peor, se regula la temperatura ambiente, se alarga la luz del día y aumenta la relación familiar y social... El *Homo neanderthalensis* se presenta mucho más tarde (cuarta efeméride) con las primeras tumbas rituales. Es la conciencia del yo, el qué será de mí, la emergencia de las creencias, del más allá y del más aquí. Finalmente, llega el *Homo sapiens* con el símbolo y la inteligibilidad científica (quinta efeméride). Y con ella se come el mundo. Si todo eso es cierto, entonces resulta que el sentido estético precede con mucho a la autoconsciencia y al conocimiento abstracto. Quizás haya que añadirlo como otra gran efeméride.

En efecto, el conocimiento complejo humano actual tiene, creo, tres componentes: una científica, una revelada y otra artística. La pri-

mera evidencia de conocimiento científico tiene unos treinta mil años y es un dibujo rupestre. La primera evidencia de conocimiento revelado tiene más de cien mil años, es una tumba ritual. La primera evidencia de conocimiento artístico tiene casi medio millón de años, es un hacha simétrica de piedra. Primero fue el arte, luego la revelación y luego la ciencia.

Pocas semanas después, el hacha de la pantalla está en mi mano. Estoy en Tautavel, la catedral del *Homo erectus*. Me he apostado en la terraza de la entrada de la cueva de Aragón, desde donde se divisa uno de los paisajes más bellos de Francia. Ahora imagino al remoto individuo aquí a mi lado, en cuclillas, con este mismísimo objeto en su mano, y boquiabierto, como yo, ante un atardecer glorioso. Casi se me saltan las lágrimas.

El segundo caso se parece mucho. Arsuaga nos da la primicia durante la cena, después de su conferencia en el museo. Le brillan los ojos cuando lo dice:

—Hace cuatro años encontramos en la Sima de los Huesos (Atapuerca) una pieza extraordinaria. Se publica la semana que viene...

Arsuaga se refería a *Excalibur* (en honor de la espada mágica del rey Arturo), una bellísima hacha bifaz de 155,8 milímetros de longitud máxima por 98,5 milímetros de ancho y 49,9 de grosor. La piedra es una rara cuarcita de dos colores, rojo y ocre. Su impresionante simetría cortante no ha sido alterada por uso alguno. Está claro que el fabricante del instrumento escogió con cuidado la piedra en el río. La seleccionó por su belleza. Un bonito ejemplo de selección cultural. No son pocas las convergencias: la belleza de la pieza, su virginidad para el uso, su antigüedad de unos 400.000 años y el tipo de homínido que la fabricó y poseyó, ya que la distancia entre el *Homo erectus* y el *Homo antecesor* es, si es, mínima. Los tres codirectores del proyecto de Atapuerca, Arsuaga, Carbonell y Bermúdez de Castro, dieron un salto enorme a la hora de interpretar:

—*Excalibur* forma parte de un rito funerario, por lo que es el vestigio más antiguo de la mente autoconsciente, de la mente simbólica, algo exclusivamente humano.

Conozco, quiero, admiro a los tres codirectores y agradezco la facilidad con la que se cuenta con ellos para el museo. Son grandes científicos y generosos comunicadores. Pero cada vez que me encuentro

con alguno de estos tres amigos, le pido (me lo pide el cuerpo) que pruebe, una vez más, a convencerme de una afirmación tan audaz. La pieza se encuentra junto a restos de homínidos, de acuerdo. La pieza es bellísima, sublime; de acuerdo. La pieza no ha sido usada, de acuerdo. Una herramienta no usada no es necesariamente un objeto de contemplación (si ahora se acabara el mundo, nadie de un lejano futuro debería interpretar así el material *no vendido* de una ferretería) pero sí es más probable que lo sea. Sin embargo, podría pertenecer a cualquiera de los individuos acumulados allí que, como en el caso del hombre de la cueva de Aragón, la poseía por simple gozo estético. No hay una sola evidencia de inteligencia abstracta ni de sentido de la propia conciencia, salvo la conjetura de que se trata de un enterramiento. Tampoco hay evidencias en contra de que lo sea, de acuerdo. Pero tampoco las hay en contra de que el *Homo antecesor* jugara al ajedrez. Queda mucho por desenterrar y quizá se confirme algún día la tesis de mis buenos amigos. Así que, de momento y en el peor de los casos, *Excalibur* es una prueba (una más) de que el gozo por la belleza es anterior al gozo por el conocimiento abstracto. Eso es lo que comparten los casos de Aragón y Atapuerca.

El gozo por la belleza precede al gozo por el conocimiento abstracto. Pero nos queda una pregunta pendiente: ¿por qué fue favorecido por la selección? Creo que existen dos posibles respuestas, que no se excluyen mutuamente. La primera es que ciertos placeres (o dolores), que alcanzan el cerebro por alguna vía sensorial, están asociados a detalles de la realidad que favorecen o amenazan directamente la perseverancia en este mundo. La segunda es que, sencillamente, ciertos episodios de la realidad son frecuentes. Es decir, por alguna selección previa resulta que hay detalles de alta presencia en el entorno de un individuo. Tal cosa, indirectamente, puede interpretarse como una buena señal para perseverar. Si es frecuente es que se repite, si se repite es que la incertidumbre es menor. Significa que estoy en casa, que todo va bien.

La naturaleza está llena de repeticiones y regularidades. No está demasiado llena ni demasiado vacía. Hay una especie de punto intermedio mágico. La naturaleza está críticamente llena de armonías y ritmos. La naturaleza funciona gracias a sus armonías y ritmos. La armonía y el ritmo son el contrapunto de la incertidumbre y el núcleo duro

de su inteligibilidad. Mucho antes de que emerja el primer tímpano, los objetos ya vibraban según sus particulares frecuencias propias y sus correspondientes frecuencias armónicas (múltiplos de las fundamentales, según las reglas descubiertas ya por Pitágoras). Existe una alta probabilidad, por lo tanto, de que ciertas frecuencias «suenen» juntas. Es decir, mucho antes de la emergencia del primer oído, ciertas notas y sus múltiplos sonaban, con diferente intensidad, pero al mismo tiempo. Luego vino la coevolución, esto es, el tímpano evoluciona percibiendo ciertas relaciones de notas con mayor probabilidad que otras relaciones. De este hecho surge quizás el gozo de la música tonal. Por lo menos en principio. Luego la cultura ya se encarga del contrapunto, de la disonancia... Lo hemos anunciado, el gozo mental por la belleza está asociado a cierto grado de repetición en algún punto entre la predicción y la sorpresa. Insistamos. No hay gozo si todo es sorpresa, ni lo hay si nada hay que predecir. No hay gozo si todo se puede predecir, ni lo hay si nada es sorpresa. El gozo mental corresponde a una particular receta de orden y contingencia.

Cada uno de los sentidos (o bien, cada una de las vías seguidas por un estímulo físico exterior para alcanzar el cerebro) experimenta un gozo característico que procede de la realidad preexistente. Para el oído podría ser, por ejemplo, la música tonal. La prueba está en que un bebé se tranquiliza con música tonal y puede inquietarse mucho con una música serial aleatoria. La tonalidad cambia con las culturas, pero existe un núcleo común, una inteligibilidad que procede de nuestra raíz común. Los colores son las notas de la visión. La armonía de colores de nuestro gozo mental es muy variada. Se diría que el gozo por el color depende mucho de la cultura particular. Sin embargo, hay algún color concreto que despierta pasiones a lo largo y ancho de la geografía y la historia. El color del oro. Lo dorado. ¿Cómo entender la universalidad del oro? Quizá por su alta frecuencia en cualquier paisaje bañado por la luz solar. Quizá porque está asociado a que todo va bien, porque nos hace sentir seguros, porque ahuyenta las sombras... ¡El sol sale cada día! ¡Y qué pánico si un día resulta que no sale! Se trata de una fuerte convergencia. ¿Qué cultura no adora el oro? El dorado es en efecto el color del Sol. Es la luz, la energía primera de cualquier cosa sobre el planeta... El color del Sol, del ámbar, del oro es universal y transculturalmente apreciado... Con motivo de una exposición que hi-

cidos en el museo sobre el ámbar, llenamos una vitrina enorme con todos los objetos que pude encontrar, en pocos minutos, en unos grandes almacenes con el color dorado del ámbar: licores, perfumes, peines, caramelos... (sin acudir a joyería ni bisutería).

Lo mismo podríamos decir de la suavidad respecto del tacto y atribuirlo a la relación entre el bebé y el pecho materno. Lo mismo podríamos decir de lo dulce respecto del sabor y atribuirlo al hecho de que casi todas las cadenas metabólicas acaban en una sustancia llamada glucosa. Lo dulce precede con mucho al invento de la papila gustativa. ¿A qué niño le amarga un dulce? Lo amargo, por ejemplo el café, es ya un contrapunto de selección cultural. Las combinaciones son interminables. El café huele mejor de lo que sabe y el pescado sabe mejor de lo que huele. El olor a tostado produce gozo (alguien cocina por el entorno), el olor a quemado produce pánico (estamos en peligro de ser alcanzados por un incendio). Los animales con gozo por el olor a quemado no han dejado descendientes por razones obvias. En suma, nuestros sentidos proyectan gozos en nuestro cerebro que proceden de las armonías y los ritmos propios de la realidad dentro de la cual han evolucionado.

Ahora, compliquemos las cosas. Imaginemos, no un sentido aislado, sino el conjunto de los cinco sentidos proyectando complejidades de la naturaleza en el cerebro. Hay un sinfín de combinaciones sensoriales posibles, combinaciones binarias (olor con imagen, tacto con imagen, olor con sabor...), combinaciones de tres sentidos, de cuatro... Existen pocas experiencias que requieran los cinco sentidos a la vez (la gastronomía y, como mínimo, un caso más). En suma, la física y la química de la señal exterior entra por la fisiología del cuerpo y crea una complejidad psicológica con cierta probabilidad de convertirse finalmente en un gozo cultural. En otras palabras, la mente ha evolucionado sumergida en la naturaleza. Ha coevolucionado con ella, con su incertidumbre, que es lo mismo que decir con su ración característica de armonía y ritmo. Por lo tanto, quizá no sea aventurado asegurar que la ración de orden que provoca el gozo prístino por la belleza (esa región de delicada inestabilidad de la que venimos hablando) quizá sea, en principio y justamente, la misma ración de orden propia de la naturaleza. Es la referencia.

En efecto, los objetos de la naturaleza exhiben una armonía y un ritmo. La geología, por ejemplo, traduce el espacio en tiempo. Cuando

la erosión del viento y el agua descubre una pared vertical de una montaña de roca sedimentaria, se pueden observar los finos estratos horizontales. En el Parque de los Varvitos de Itú (Brasil) es posible contemplar los estratos de sedimentación más espectaculares de todo el planeta. Se puede seguir la sedimentación de materiales en el fondo del mar o de un lago, estación por estación durante cientos de miles de años, a lo largo de unas decenas de metros, cada año unos pocos milímetros. La biología está repleta de simetrías y de periodos temporales. Las plantas desparraman su fractalidad en hojas, raíces y ramas. Es la iteración de un modelo simple para crear complejidad en niveles de observación progresivamente reducidos. Son ejemplos de ritmos y armonías del entorno dentro del cual se ha fraguado la mente. Empieza con los primeros seres dotados de movilidad y llega hasta la inteligencia abstracta. Existe por lo tanto una componente del gozo mental que viene de muy lejos y que procede de esta lenta y larga evolución conjunta. Por ello quizá se pueda afirmar que la esencia del gozo mental acaso funcione con la misma cantidad de ritmo y armonía que observamos en la naturaleza. En otras palabras, el demasiado previsible o el demasiado imprevisible antes comentado, quizá se mida respecto de este patrón, el orden natural de las cosas. Esto significa que el gozo mental es una propiedad común a todos los individuos humanos y quién sabe cuántas otras especies animales. Es una prestación muy universal porque está asociada a la física, la fisiología y la psicología de la percepción de la incertidumbre del mundo que nos rodea. La física de los estímulos exteriores es rigurosamente la misma para los seres vivos que las perciben. Y tales seres comparten cierta fisiología de sus órganos sensoriales porque también comparten aventuras y desventuras evolutivas. Luego viene la psicología y la cultura. Y resulta que algo queda. Es decir, el gozo inicial del ritmo y de la armonía emerge y se consolida en el interior del individuo, quizá por reflexión del ritmo y la armonía del mundo exterior. Ya estamos cerca de explicar cómo la selección natural favorece algo tan inútil como el gozo estético, un premio a cambio de nada.

He aquí una fantasía de cómo pudo ocurrir. La mente fabrica útiles para prolongar las prestaciones del cuerpo: pinchar, cortar, moler, raspar, percutir, lanzar, etcétera. Para eso no hace falta una inteligencia abstracta, sólo millones de años de ensayo-error fabricando funciones.

(Recordemos: la función es la plusvalía que adquiere cualquier detalle por el mero hecho de haber sido seleccionado fundamental, natural o culturalmente.) La mente usa útiles para fabricar otros útiles y para repararlos. Y, de repente, surge una novedad. Una mente fabrica un objeto previamente seleccionado para algo, pero no lo usa para ese algo. Le cambia la función. La nueva función no tiene aparente utilidad. No aporta nada que tenga que ver con la ilusión de seguir vivo. No es para cazar ni para pescar, no es para comer ni para no ser comido, ni para atacar ni para defenderse, no es un símbolo de nada, no es para intervenir en un rito. La novedad es que una herramienta diseñada para tener un uso cambia de uso, donde el nuevo uso es justa y aparentemente no tener ningún uso. La novedad reside en el hecho de que el objeto sólo es para contemplarlo, para poseerlo. Se trata de un desprecio a la eficacia. Entonces, ¿por qué se selecciona? Resulta que la herramienta tiene simetría bilateral, la misma que el rostro y el cuerpo de sus familiares, como casi todos los animales, como tantas hojas... Tal vez se trate incluso de la simetría más frecuente de su entorno. Es la simetría que identifica el grado de incertidumbre de su entorno. Es el grado de incertidumbre al que la mente, y el cuerpo propietario de ésta, ya se han adaptado. Es el grado de incertidumbre previsible. Por ello la simetría que representa ese grado de incertidumbre está asociada a que *todo va bien*. Así se selecciona el gozo por la simetría y el gozo por la belleza, igual que el placer por lo dorado como color asociado al sol que sale cada día, igual que lo dulce como sabor asociado a la energía necesaria para vivir, igual que lo suave como tacto asociado a la protección maternal de los mamíferos...

El paso del gozo por lo bello al gozo por lo inteligible es quizá más fácil de explicar. Parece que el tránsito fue, si hubo tal, muy lento. El gozo por la belleza está ligado al ritmo y la armonía propios de la naturaleza, a sus regularidades en el espacio y el tiempo, a lo que se repite aquí o allí, en lo que vuelve hoy y acaso regrese mañana, en ciertas cosas comunes que se perciben en sucesos y objetos aparentemente distintos. O sea, el gozo por beldar está ligado a cualquier tipo de simetría en el espacio o en el tiempo. Quizás esté aquí la clave. Los seleccionados por disfrutar del gozo de la belleza estaban especialmente preparados para acceder al conocimiento abstracto. Para decirlo con un ejemplo simple y claro: el primero que cayó en la cuenta de que la primavera

volvía cada año fue probablemente un gozador de la belleza, en particular de la belleza primaveral. Según esta idea, la percepción de lo bello no sólo precede a la percepción de lo inteligible. Yo diría incluso que lo bello predispone a lo inteligible. Beldar predispone a comprender.

Ya tenemos una sólida y antigua conexión entre inteligibilidad y belleza. Sigamos. Hay un detalle que me sorprendió mucho en la época en que empecé a frecuentar los museos de ciencia de la llamada nueva generación. Todos, o casi todos, emanan inteligencia e inteligibilidad pero ¿por qué demonios son todos, o casi todos, tan imperdonablemente feos? Por el mismo precio... ¿no pueden emanar también belleza?

Arte y ciencia son dos formas de conocimiento con distinto método [78]. De acuerdo. En arte, el creador, el ejecutor de lo que hemos llamado la selección cultural puede inclinarse por la opción de la inteligibilidad, pero es una opción, no una obligación. Hay artistas que renuncian a la inteligibilidad y no por eso son menos artistas. La grandeza del arte acaso está en que puede intuir sin necesidad de comprender. Hay casos conmovedores.

Pablo Picasso es uno de ellos. Un día, ojeando un catálogo del Museo Picasso de Barcelona [80] tuve un gran sobresalto. La obra reproducida en la página 196 de dicho texto se me antojó un guiño personal del artista, como si éste hubiera estado espiando mis pensamientos durante las últimas semanas. Se trata de una serie de ocho grabados (*El Toro*, 1945-1946, Pablo Picasso, Museo Picasso de París) en la que desnuda el concepto «toro» de todos sus matices hasta llegar a la esencia de tal concepto con un dibujo de una sola línea, una precisa e intensa intuición artística de lo que es la inteligibilidad científica. El primer grabado es una primera reducción (compresión y, por lo tanto, también comprensión). Cualquier dibujo es una primera forma de conocimiento, cualquier dibujo separa ya algo de lo esencial de algo de lo accesorio. Pero en este caso el proceso continúa de grabado en grabado, hasta alcanzar el resultado final, una delicada línea que tiene todo lo que tiene que tener un toro para serlo, los cuernos, los genitales, un cuello (potente), la cabeza (irrelevante), etcétera. Es lo que todos los toros tienen en común, la inteligibilidad toro. Para comprender un toro según Picasso, nada como copiar las figuras de estos grabados (figuras 19.3 y 19.4) hasta que uno sea capaz de hacerlo con seguridad

y de memoria. Ahora, armados con tal inteligibilidad, podríamos volver a la realidad para tratar de comprender lo que suele hacer un toro (sobre todo en la plaza, que es el único lugar donde sospecho que Picasso veía toros): pasear, trotar, otear, embestir, correr, luchar, jadear, agonizar, morir... Casi me desmayo al pasar la página y encontrarme, en la 195, con el grabado contiguo. En él aparecen 48 figuras de toro en las más diversas situaciones, de paseo, trote, oteo, embestida, carrera, lucha, jadeo, agonía, muerte... Picasso aplica y explota la inteligibilidad lograda en la investigación del concepto «toro». Si no llega a estar muerto, me habrá abalanzado a su encuentro para abrazarle. Los primeros grabados de la serie se pueden comparar a la simple acumulación y ordenación de observaciones de los caprichos de los astros en el cielo de la noche. Los dos grabados siguientes se pueden asociar al conocimiento acumulado por Copérnico; en él se incluyen ya algunas regularidades muy generales. Los penúltimos grabados corresponden ya a las tres reglas de Kepler para el movimiento planetario. Y los últimos son, con todo merecimiento, las leyes de la mecánica y la gravitación de Galileo y Newton. Ya estamos en disposición de aplicar la mecánica y la gravitación a cualquier problema, desde la formación de los brazos espirales de una gigantesca galaxia al movimiento de un microorganismo que rema con sus minúsculos cilios. Nunca menos ha explicado tanto. El gozo por la belleza es grande. El gozo por la inteligibilidad es grande. Y el de la combinación de ambas, a veces, como en este caso, casi insoportable.

También se puede hablar de belleza en ciencia, la belleza de una ley, de una ecuación... Alguien ha hecho observar que la rápida aceptación que tuvo la teoría de la relatividad general de Einstein, el convencimiento que enseguida logró de la comunidad científica se debió a la extrema elegancia de las ecuaciones. No hay ciencia sin inteligibilidad, aunque quizá sí arte sin belleza. Pero ni la ciencia es sólo inteligibilidad, ni el arte es sólo belleza. La verdad científica, además de inteligible ha de ser objetiva y dialéctica. Una obra de arte, con belleza o sin ella, ha de ser capaz de transmitir una complejidad de una mente a otra. Lo importante aquí es que tanto en ciencia como en arte es posible comprender y beldar, captar inteligibilidad y belleza. Pero hay algo más que se puede hacer con un pedazo de realidad en ambas formas de conocimiento: intuir. Es el concepto que nos falta, porque en este final

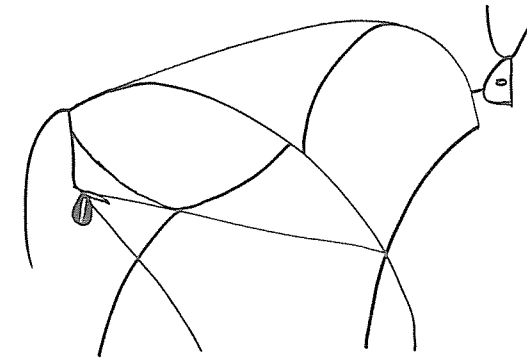
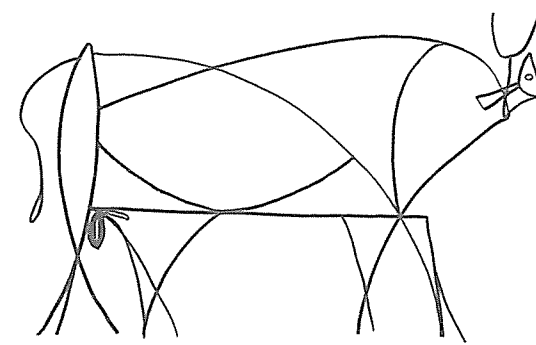


Figura 19.3. Dibujo del autor en el que copia la antepenúltima y penúltima figuras de la secuencia *El Toro*, 1945-1946, de Pablo Picasso. Copiar la búsqueda picassiana de la esencia del concepto «toro» es una buena manera de comprender tal búsqueda.

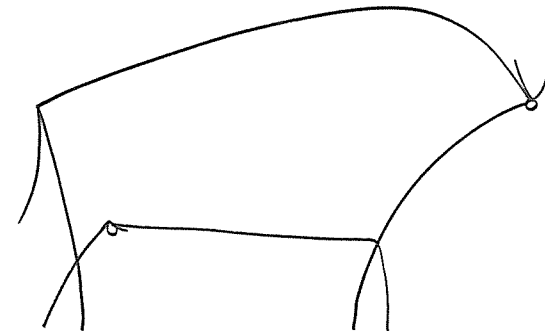


Figura 19.4. Dibujo del autor en el que copia la última figura de la secuencia *El Toro*, 1945-1946, de Pablo Picasso. Es la esencia final. Copiarla ayuda a comprenderla.

se trata de hablar de las intuiciones científicas que ciertos artistas han tenido de las formas de la naturaleza.

Antes de definir la intuición, aprovechemos la ocasión para reiterar lo que entendemos por comprender. *Comprender* es relacionar una realidad con algo más compacto que ella misma y, en el límite, con su propia esencia. El vuelo de una mosca y la caída de un meteorito se comprenden porque ambos se reducen a una misma esencia irreductible: las leyes de la mecánica. En tal comprensión está su comprensión (curiosamente, lo que ya no se comprende son las leyes fundamentales, por eso: por ser fundamentales, por ser incompresibles). Descubrir una nueva esencia significa ganar conocimiento. Y cada nueva esencia adquirida multiplica nuestra capacidad para comprender el mundo que nos rodea. O sea, la capacidad para comprender el mundo depende del conocimiento acumulado.

Intuir es relacionar, quizá sólo rozar, una realidad con otra realidad que, comprendida o no, ha sido largamente percibida. La trayectoria de una pelota después de un raquetazo se intuye después de ver mucho tenis. Aunque no se comprenda. La intuición es una revelación de la propia mente, una mente que se nutre con cada nueva percepción. O sea, la capacidad para intuir depende de la riqueza de nuestra vida cotidiana. «El más viejo del lugar» no comprende mejor, lo que hace mejor es intuir. Pero la percepción humana tiene lugar en una realidad muy estrecha respecto de todo lo que acontece en este mundo. No vemos lo demasiado pequeño, ni lo demasiado rápido, ni lo demasiado grande, ni lo demasiado complejo, vemos pocos colores, oímos pocas notas, olemos poco y a muy corta distancia... Por ello, aunque se puede intuir sin comprender y comprender sin intuir, nuestra capacidad para comprender supera en mucho nuestra capacidad para intuir.

Intuir y comprender al mismo tiempo, así como intuir y beldar a la vez, no son experiencias imposibles. De hecho, suponen los instantes del gran gozo de una mente pensante. La matemática es una construcción mental inspirada en la realidad, aunque no le adeude por ello la menor concesión. Podemos usar de nuevo la imagen del punto que se mueve para hablar de intuiciones y comprensiones: un punto geométrico es un ente matemático de *dimensión cero*, cosa que intuimos y comprendemos porque es el aspecto al que tiende un cuerpo extenso que se aleja hacia el infinito. También intuimos y comprendemos la *di-*

dimensión uno propia de una línea porque así es la estela que deja tras de sí un punto sin dimensión cuando se mueve en el espacio. Y también intuimos y comprendemos la *dimensión dos* propia de una superficie porque así es el rastro del movimiento de una línea de *dimensión uno*. Y también intuimos y comprendemos la *dimensión tres* de un volumen porque así es el espacio barrido por el movimiento de una superficie bidimensional. Sin embargo, la cuarta dimensión construida por el movimiento de un volumen tridimensional ya sólo se comprende. Aquí se bloquea para siempre nuestra imaginación espacial: el movimiento de un volumen engendra otro volumen y nada de nuestra percepción cotidiana sirve para *ver* un hipervolumen de más de tres dimensiones. La intuición se queda, la comprensión continúa. Los físicos manejan y comprenden muchas dimensiones en una gran diversidad de sistemas, pero no las intuyen, ni las ven, aunque a veces se dejan admirar como si así fuera. Es aquí donde vale la pena citar la intuición convergente del matemático Thomas Banchoff en los años setenta y la del pintor Salvador Dalí en los cuarenta. Dalí se adelantó treinta años a Banchoff y se enteró, por un artículo del *Washington Post*, de las hazañas hipercúbicas del matemático para visualizar la cuarta dimensión. Banchoff se había convertido por aquella época en la estrella de la cuarta dimensión. Físicos, filósofos y artistas confiaban en él para dar con alguna pista capaz de desbloquear sus mentes. Dalí lo hizo llamar y se conocieron. Luego, según creo, ha sido, con mucho, el científico que más intensa y larga relación ha tenido con Dalí. La gran sorpresa del matemático fue saber de labios del maestro que la inspiración del pintor procedía del místico y matemático medieval Ramon Llull. La sorpresa mayúscula del artista fue constatar que Banchoff sabía perfectamente quién era Llull.

En la figura 19.5 he dibujado un esquema de cómo podemos romper el bloqueo que sufre la mente cada vez que ésta se propone visualizar un hipervolumen, la cuarta dimensión espacial. Tomemos nuevo impulso e intentémoslo de nuevo. Ahora partimos de un segmento de recta, un lugar geométrico de dimensión uno (figura 19.5a). Para alcanzar la dimensión dos nos vamos a los límites de la figura anterior, los dos extremos del segmento, y añadimos dos segmentos iguales (19.5b) con ánimo de marcar un cuadrado. Pero para abrazar un cuadrado falta un nuevo segmento que cierre los dos nuevos extremos que

han quedado abiertos. Lo hacemos. Ya tenemos un cuadrado (19.5c), la dimensión dos. Es un cuadrado aprisionado por cuatro segmentos como el de partida. Ahora procedemos de manera similar con ánimo de alcanzar la dimensión tres. ¿Cómo hacer un cubo con un cuadrado? Nada más fácil e intuitivo. Nos vamos a los límites del cuadrado, sus cuatro lados, y añadimos cuatro cuadrados iguales (19.5d) con ánimo de marcar un cubo. Pero para abrazar un cubo que no quede abierto (19.5e) falta aún añadir un cuadrado (19.5f). Este cuadrado hará las veces de tapa para obtener un cubo perfecto (19.5g). Y ahora llega la hora de la verdad. Partimos del cubo completo (19.5g) y, por un procedimiento similar a los dos anteriores, nos dirigimos por fin a un hiper-cubo, la cuarta dimensión. Para empezar, vamos a los límites del cubo, a los seis cuadrados que le dan forma, y añadimos un cubo a cada cuadrado con ánimo de abrazar un hipercubo, un volumen de dimensión cuatro. Así obtenemos un extraño volumen de siete cubos (19.5h). La mente, como siempre que llegamos a este punto del intento, ya no ve nada, se ha bloqueado. Pero ahora tenemos una idea para continuar. Nuestra mente ya no intuye, pero comprende, y se trata de usar nuestra capacidad de comprender para ayudar a nuestra capacidad de intuir. Por inducción, si todo sigue como en los dos pasos anteriores (el que une la dimensión uno con la dimensión dos y el que une la dimensión dos con la dimensión tres) debemos añadir un cubo más a la figura de siete cubos (19.3h) si con ella queremos cerrar un hipercubo de cuatro dimensiones. El resultado es un bello volumen de ocho cubos (19.5j). Es la sala de espera de la cuarta dimensión. ¿Qué tal? Ahora sólo queda llevar nuestra atención hasta un cuadro de Dalí, el *Corpus hypercubus*, pintado en 1954 (véase la figura 19.1 con la que abrimos este capítulo). Dalí pintó el cuadro más de veinte años antes de que el matemático Thomas Banchoff popularizara la geometría del hiper-cubo.

La física cuántica y la física relativista se comprenden mucho mejor de lo que se intuyen. La teoría de la evolución de las especies, hoy, se intuye bien aunque aún no se comprenda del todo. He aquí el gran mérito de la ciencia: se comprende sin necesidad de intuir. He aquí la grandeza del arte: se intuye sin necesidad de comprender. Así llegamos a nuestro objetivo: a la intuición científica en el arte. Existe. En este volumen han ido desfilando algunos ejemplos a propósito de las for-

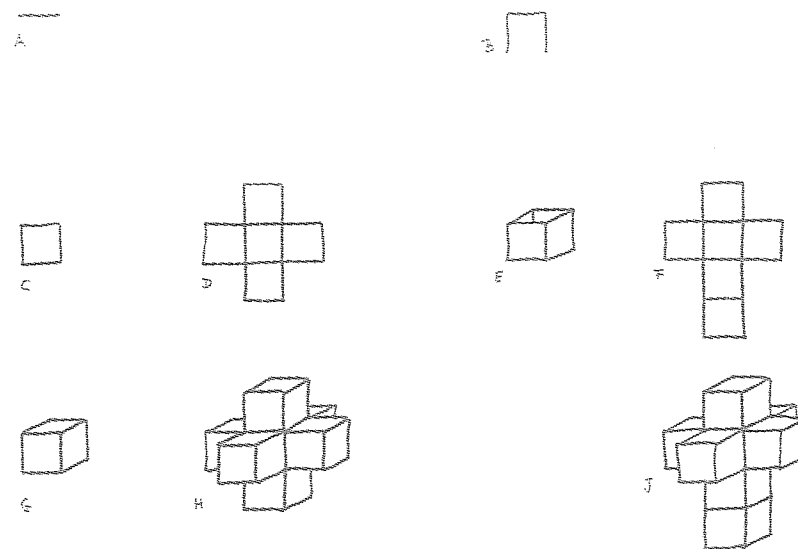


Figura 19.5. Hiper-cubo. Aproximación intuitiva hasta las mismas puertas de la percepción de la cuarta dimensión espacial a partir de la unidimensionalidad de un segmento.

mas de los objetos. El arquitecto Gaudí ha sido una constante. Picasso es otro gran ejemplo. En tal concepto he encontrado además un camino para añadir belleza a los museos de ciencia. Pero el caso más curioso, no sé todavía si relevante, es el que sigue y que sirve de postre para este segundo epílogo. Se trata de una intuición científica desde el arte.

Las nueve formas presentadas en la segunda parte no son el producto de una investigación sistemática. Se trata más bien de un resultado informal, de un ejercicio de observador. Por ello ni siquiera nos hemos arriesgado a ordenarlas por su frecuencia en la naturaleza. De hecho, la catenaria y la parábola son menos frecuentes que los cilindros, que no hemos mencionado aparte (por estar incluidos como un caso de simetría circular). Por ello, cualquier comentario de síntesis tendrá también ese carácter provisional e inacabado. Pero, una vez admitido todo eso, atendamos por un momento a las nueve formas elegidas. Creo que un estudio más riguroso demostraría en todo caso que las formas geométricas más frecuentes en la naturaleza se pueden reducir a dos familias: las derivadas de la simetría circular y los fractales. La espiral es una circunferencia que emigra en el plano que la con-

tiene, la hélice en la dirección perpendicular, el hexágono se obtiene por hacinamiento de circunferencias flexibles, la onda se puede obtener como la traslación de una proyección de un movimiento circular, la parábola o la punta entendida como la de un cono son casos particulares de una cónica, como la propia circunferencia... En resumen, de las formas revisadas sólo los fractales y la catenaria (una curva logarítmica poco evidente en la evolución de la materia) no son reducibles a círculos mediante una transformación sencilla. Por ello repetimos la intuición. Se diría que las formas geométricas más relevantes en el mundo, en el inerte, en el vivo y en el culto, se reducen (recordemos: se comprenden) a dos: círculos y fractales. Tal es la feliz conclusión que puede extraer un matemático después de hojear la segunda parte de este volumen. Es como si, en el fondo, la naturaleza estuviese hecha de círculos y fractales. Es como si el mundo fuese una construcción creada juntando y combinando dos clases de piezas plásticas, círculos y fractales.

Pues bien, también se puede llegar a esta curiosa preconclusión por otro camino, un camino que no pasa por la matemática, la filosofía, la física, la biología o la geología. Algunos artistas lo han hecho. Han tenido una intuición científica sin salir del arte. Mencionaré tres de ellos. Los dos primeros son dos ilustradores anónimos de la Biblia. Ambos recibieron, con algunos siglos de diferencia, un encargo muy parecido: diseñar la portada del gran libro. Es fácil imaginar la preocupación con la que ambos debieron de regresar a casa aquella noche. ¿Y ahora cómo represento yo la creación del mundo? ¿Cómo simbolizar la obra de Dios en una página? ¿Cómo comprimir Todo, lo que es y lo que ocurre, lo que ha sido y ha ocurrido y lo que será y ocurrirá, con belleza y espiritualidad? Ambos tenían una doble cuestión de inteligibilidad y belleza que resolver, quizás incluso triple, pues el encargo afecta de pleno a las tres grandes clases de conocimiento posibles, el científico, el artístico y el revelado. El resultado de ambos artistas fue convergente, convergente entre sí y con la intuición científica. Como puede comprobarse, las dos ilustraciones son bien diferentes, pero en ambas dominan claramente dos formas, círculos y fractales. La primera corresponde a la *Bible Moralisée* (1220-1250), conservada en la Biblioteca Nacional de Austria en Viena, códice 2554 (figura 19.6). Aquí el artista intuye a Dios, con un compás en la mano, junto a su

obra de Gran Arquitecto, un mundo recién hecho con círculos y fractales. La leyenda, en francés antiguo, dice nada menos que: *Ici crée dex ciel et terre, soleil et lune et toz elemenz* («Aquí crea Dios el cielo y la tierra, el sol y la luna y todos los elementos»). La segunda pertenece a una Biblia mucho más antigua. Aquí la hegemonía de los círculos y fractales aún es más evidente: en el mismo centro de la imagen la figura mítica del Uroboro se devora a sí mismo circularmente, frente al paisaje fractal de un árbol desnudo (Podemos contemplarla en *Uraltes Chymishes werk*, de Abraham Eleazar, 1760) (figura 19.7).

El tercer artista es Gaudí. Otra vez Gaudí [81]. No debería ser ya una sorpresa. Lo hemos citado en casi todas las formas. Ha quedado bien probado que en su arquitectura emergen las mismas formas geométricas que en la naturaleza. Y no sólo eso. Las formas emergen en la arquitectura de Gaudí (por selección cultural) cumpliendo las mismas funciones que cumplen (por selección natural) en la naturaleza. La serie de figuras que van desde la 19.8 hasta la 19.20 forma una pequeña colección de dobles imágenes, a la izquierda la naturaleza, a la derecha Gaudí. Pero ¿vio también Gaudí la síntesis de los círculos y los fractales? Sí. Y la evidencia no está en cualquier lugar sino en su obra magna. Basta visitar el templo de la Sagrada Familia en Barcelona y elevar la vista hacia las alturas (figura 19.21). Dos formas destacan sobre las demás: círculos y fractales. Las columnas se desparraman fractalmente como las ramas de un árbol al llegar a la cubierta superior, donde reparten la reacción de la carga. Las columnas colonizan la cubierta. Y entre tales entregas de carga, círculos, círculos y más círculos. Su intuición científica es comparable a la de los ilustradores de la cubierta de la Biblia citados más arriba. Gaudí era arquitecto y los arquitectos también son científicos. Mal iría si en su trabajo no trataran de anticipar la incertidumbre. La arquitectura, lo hemos comentado en su momento, se puede incluso definir como una tecnología (una forma de cambiar el mundo) dedicada justamente a reducir la incertidumbre ambiental. Está claro que el uso de la catenaria es algo más que la intuición científica de un artista y está claro también que Gaudí es un caso de selección cultural explícitamente inspirada en la selección natural. Lo dijo en algún momento de su vida: mi maestro es el árbol que veo cada día camino del trabajo. Pero Gaudí no se planteó nunca una teoría de la forma ni una reflexión de acuerdo con el método de la ciencia.



Figura 19.6. Cubierta de la Biblia, *Bible Moralisée* (1220-1250), Biblioteca Nacional de Austria, Viena, códice 2554.

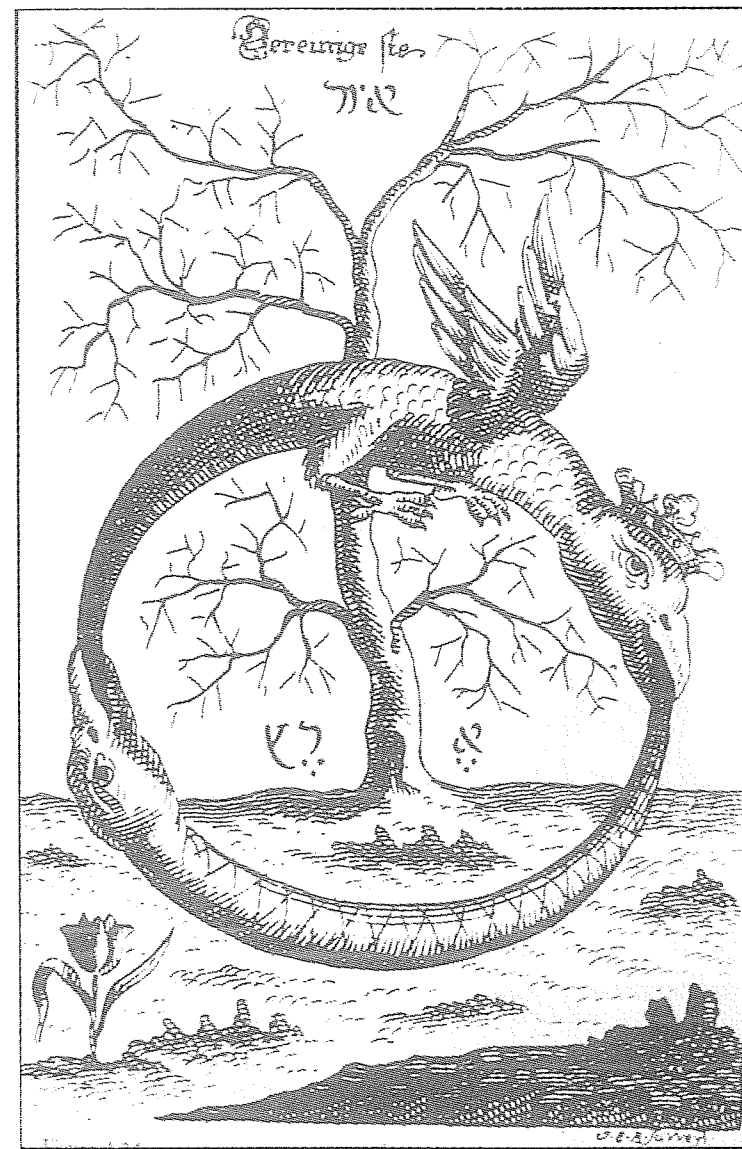


Figura 19.7. Cubierta de una Biblia medieval. La imagen ha sido tomada de *Uraltes Chymishes Werk*, texto de Abraham Eleazar, 1760.

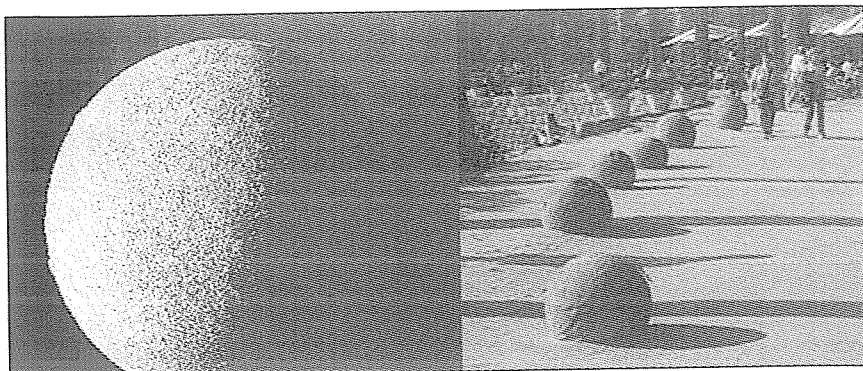


Figura 19.8. Naturaleza versus Gaudí: huevo de *Saltasaurus* versus esferas en el Parque Güell (fotografía del autor).



Figura 19.9. Naturaleza versus Gaudí: ojo de insecto versus pavimentación del Paseo de Gracia en Barcelona (fotografía del autor).

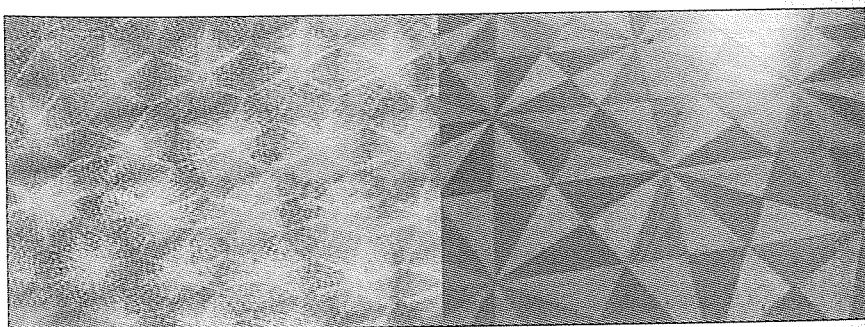


Figura 19.10. Naturaleza versus Gaudí: piel de pez cofre versus parquet en los apartamentos de La Pedrera (fotografía del autor).

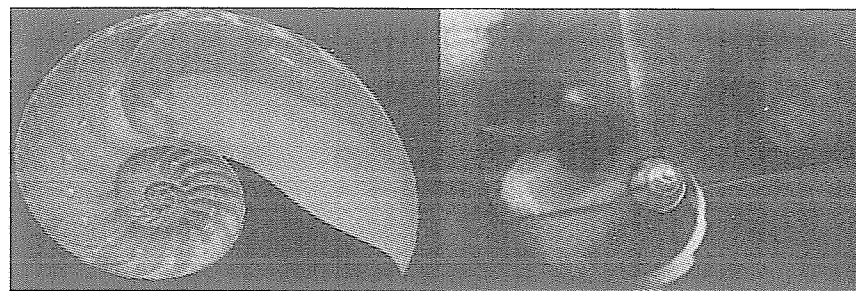


Figura 19.11. Naturaleza versus Gaudí: sección de caparazón de *Nautilus* versus vista de la escalera de caracol de una torre de la Sagrada Familia (fotografía del autor).

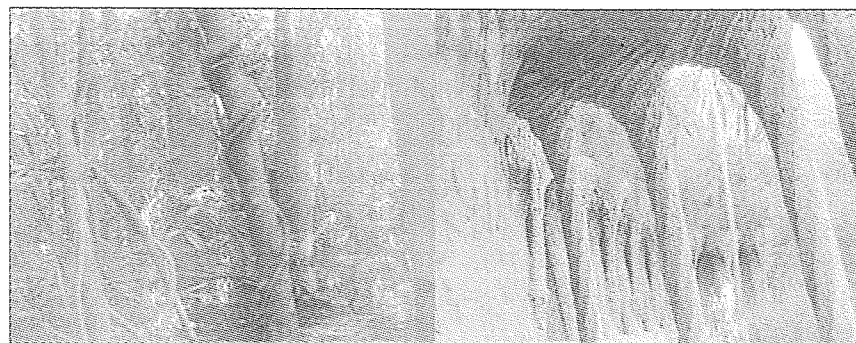


Figura 19.12. Naturaleza versus Gaudí: estrangulamiento en un bosque inundado de la Amazonia versus columnas en el Parque Güell (fotografía del autor).

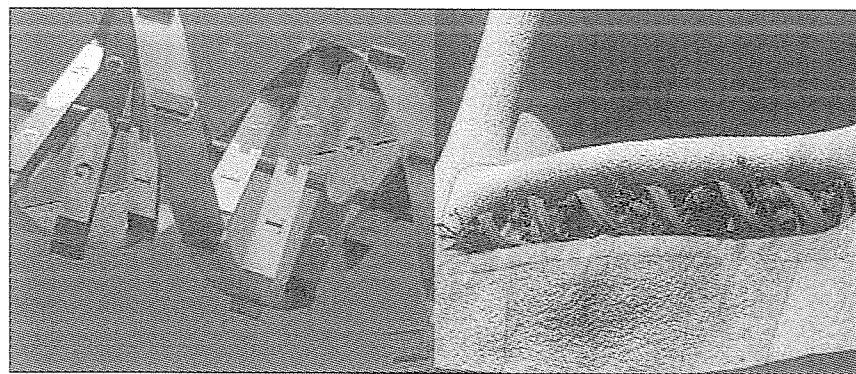


Figura 19.13. Naturaleza versus Gaudí: estructura del ADN versus forja en el balcón del apartamento principal de La Pedrera (fotografía del autor).



Figura 19.14. Naturaleza versus Gaudí: pez nadando versus muro del Parque Güell (fotografía del autor).



Figura 19.15. Naturaleza versus Gaudí: pez nadando versus fachada de La Pedrera (fotografía del autor).

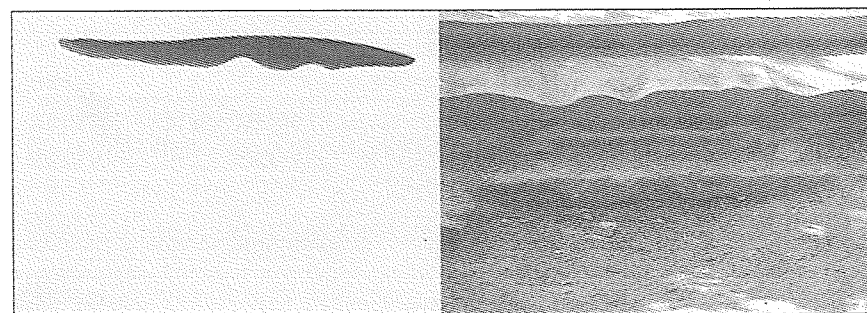


Figura 19.16. Naturaleza versus Gaudí: pez nadando versus escalón en el Parque Güell en Barcelona (fotografía del autor).

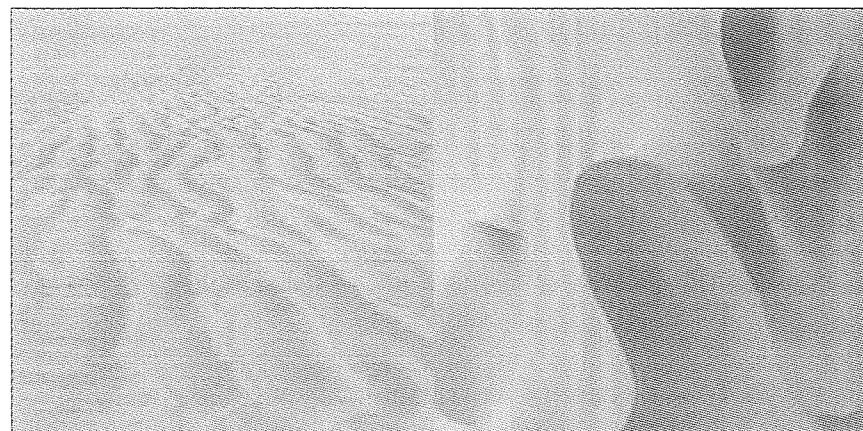


Figura 19.17. Naturaleza versus Gaudí: playa del nordeste brasileño versus techo de apartamento en La Pedrera (fotografía del autor).

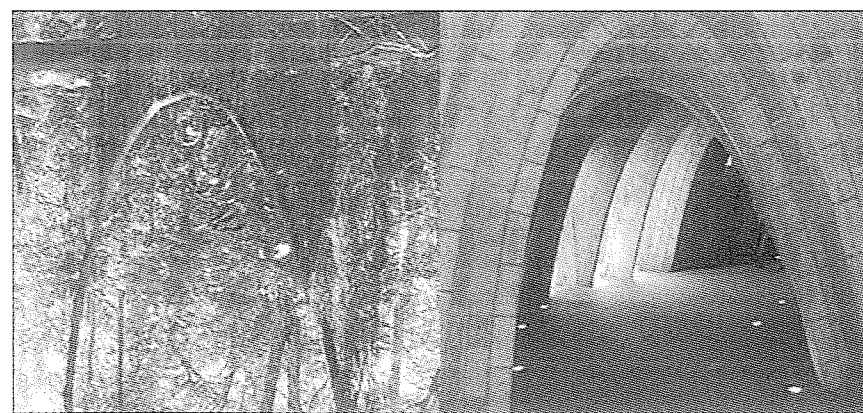


Figura 19.18. Naturaleza versus Gaudí: liana catenaria de la selva invertida versus arcos del desván de La Pedrera (fotografía del autor).

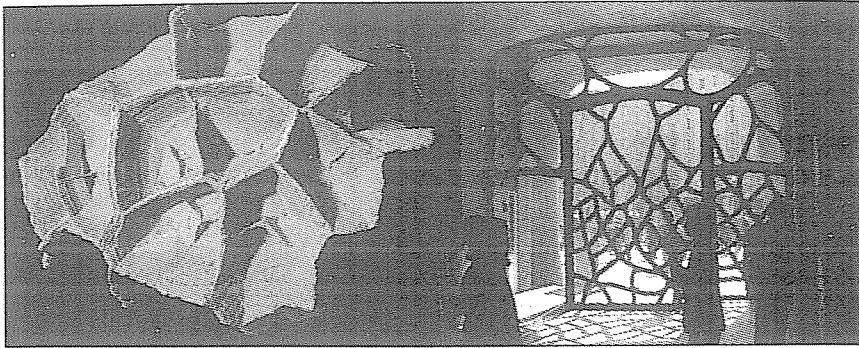


Figura 19.19. Naturaleza versus Gaudí: septaria (formación geológica) versus contraluz del portal de La Pedrera (fotografía del autor).

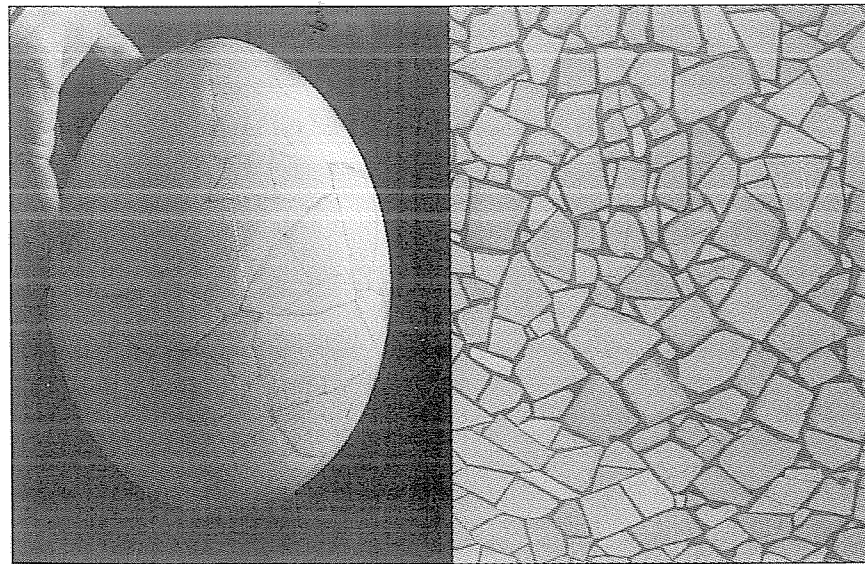


Figura 19.20. Naturaleza versus Gaudí: reconstrucción de huevo de pájaro elefante versus trencadís de Gaudí (fotografía del autor).

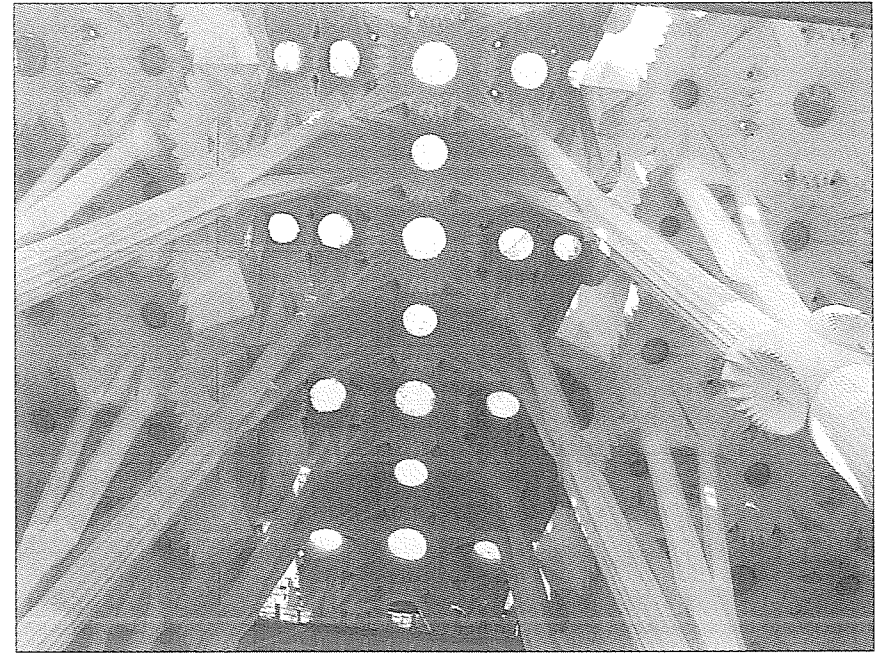


Figura 19.21. Vista de la cubierta de la Sagrada Familia de Gaudí tomada desde el interior. En último término, ¿sólo círculos y fractales? (fotografía del autor).

Gaudí, como buen arquitecto, era un gran observador de la naturaleza. Así acumuló intuiciones de todo tipo, quizá conscientes unas e inconscientes otras. Es un caso único de síntesis de la inteligibilidad y belleza, de sorprendente inteligibilidad y de rara belleza. Dejó poca o ninguna escuela. Su caso da para nuevas reflexiones. He aquí una a modo de muestra.

La forma más frecuente en arquitectura es, con mucho, la línea recta. Gaudí es una de las pocas excepciones. A veces incluso parece evitarla, como si huyera de un vulgar topicazo. Cuando Benoît Mandelbrot, el padre de los fractales, visitó Barcelona por primera vez, quedó cautivado por su obra. «Éste es de los míos, no como Mies Van der Rohe», murmuraba sin cesar. Los arquitectos no se ponen del todo de acuerdo en las razones. ¿Es por belleza? ¿Es por inteligibilidad? ¿Por razones técnicas en la transmisión de órdenes entre diseñador y constructor? ¿Por economía? ¿Por eficacia? El tiempo, en todo caso,



Figura 19.22. Los cristales de pirita de Navajún (La Rioja) son los cubos más perfectos del mundo (colección MCFLC).

fluye en contra de todas esas razones. Llegado el momento de inventar, la selección cultural no debe nada a la selección natural. La grandeza de la cultura está quizás en esa independencia. Pero no deja de ser curioso que la línea recta esté prácticamente ausente de la arquitectura animal y de la naturaleza en general. La gravedad condiciona la verticalidad de los árboles y la horizontalidad local del agua quieta. La cristalización mineral también ofrece paisajes con profusión de segmentos rectos (figura 19.22). Miles de millones de años resistiendo y modificando la incertidumbre por selección fundamental y natural no consagran la línea recta. Sin embargo, es lo que logra rápidamente la selección cultural en su afán por anticiparla. La línea recta quizá sea una genialidad más de la creatividad humana. O quizá no...

Referencias

- [1] Thomson, D'Arcy W., *Sobre el crecimiento y la forma*, Blume, Barcelona.
- [2] Yourgrau, Wolfgang y Stanley Mandelstam, *Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory*, Dover Publications, 1979.
- [3] Lemons, Don S., *Perfect Form*, Princeton Paperbacks, 1977.
- [4] Wagensberg, J. (ed.), *Proceso al azar*, Tusquets Editores, Barcelona, 1986, Metatemas 12.
- [5] Feynman, Richard, *El carácter de la ley física*, Tusquets Editores, Barcelona, 2000, Metatemas 65.
- [6] Petrosky, T. e Ilya Prigogine, «Alternative Formulation of Classical and Quantum Dynamics for Non-Integrable systems», *Physica*, 175 A, 156, 1991.
- [7] Einstein, Albert, *Mi concepción del mundo*, Tusquets Editores, Barcelona, 1988, Metatemas 16.
- [8] Spinoza, Baruj, *Ética demostrada según el orden geométrico*, Trotta, Madrid, 2000.
- [9] Barrow, John, *Teorías del Todo*, Crítica, Madrid, 1994.
- [10] Weinberg, Steven, *El sueño de una teoría final*, Crítica, Madrid, 1994.
- [11] Lederman, Leon, y Teresi Dick, *La partícula divina*, Crítica, Madrid, 1996.
- [12] Ilya Prigogine, *Las leyes del caos*, Crítica, Madrid, 1999.
- [13] Farina, M., H. Lins de Barros, D. Esquivel y J. Danon, «Ultrastructure of a Magnetotactic Bacterium», *Biol. Cell*, 48, 85-88, 1983.
- [14] Chauí, Marilena, *A nervura do real, imanência e libertade em Espinosa*, Companhia das Letras, São Paulo, 2000.
- [15] Taube, M., *Evolution of Matter and Energy, on a cosmic and planetary scale*, Springer Verlag, 1985.

[16] Masoliver, J. y J. Wagensberg, *Introducció a la teoria de la probabilitat i de la informació*, Edicions Proa, Barcelona, 1966.

[17] Wagensberg, J., «L'Entropia del llenguatge», *Revista de Catalunya*, 3, 22-34, 1986.

[18] Wagensberg, J., J. Valls y J. Bermúdez, «Biological Adaptation and the Mathematical Theory of Information», *Bulletin of Mathematical Biology*, 50, 445-464, 1988.

[19] Lurié, D. y J. Wagensberg, «On Biomass Diversity in Ecology», *Bulletin of Mathematical Biology*, 45, 287-293, 1983.

[20] Lurié, D. y J. Wagensberg, «An Extremal Principle for the Biomass Diversity in Ecology», en *Thermodynamic and Regulation of Biological Principles*, I. Lamprecht y A.I. Zotin (eds.), Berlin Gruyter, 1985.

[21] Lurié, D., J. Valls, y J. Wagensberg, «Thermodynamic Approach to Biomass Distribution in Ecological Systems», *Bulletin of Mathematical Biology*, 45, 869-872, 1983.

[22] Wagensberg, J. y J. Valls, «The [Extended] Maximum Entropy Formalism and the Statistical Structure of Ecosystems», *Bulletin of Mathematical Biology*, 49, 531-538, 1987.

[23] Goodwin, B., *Las manchas del leopardo*, Tusquets Editores, Barcelona, 1998, Metatemas 51.

[24] Silva, P.R., J. Wagensberg y C.R.F. Brandão, «Operárias de *Blepharidatta conops* Kempf, 1967 (*Hymenoptera*, *Formicidae*, *Myrmicinae*) "disputam" seus imaturos», *Carvalho, A.O.R. (coord.), Anais. Encontro de Mirmecologia*, XV, Londres, 22 a 25 octubre de 2001, págs. 225-227.

[25] Dawkins, Richard, *El gen egoísta*, Salvat Editores, Barcelona, 2000.

[26] Kauffman, S., *Investigaciones (complejidad, autoorganización y nuevas leyes para una biología general)*, Tusquets Editores, Barcelona, 2003, Metatemas 76.

[27] Bell, Graham, *Selection, the Mechanism of Evolution*, Chapman & Hall, 1997.

[28] Ulanowicz, Robert E., *Ecology, The Ascendent Perspective*, Columbia University Press, 1997.

[29] Wagensberg, J., A. García Leal y R.V. Solé, «Energy Flow-Networks and the Maximum Entropy Formalism», en *Maximum En-*

tropy and Bayesian Methods, W.T. Grandy (ed.), Kluwer Academic Publishers, 1991.

[30] Gould, S.J., *La grandeza de la vida*, Crítica, Barcelona, 2001.

[31] Mayr, E., *Una larga controversia: Darwin y el darwinismo*, Crítica, Madrid, 1992.

[32] Ruse M., *El misterio de los misterios. ¿Es la evolución una construcción social?*, Tusquets Editores, Barcelona, Metatemas 69.

[33] Dennet, C.D., *Darwin dangerous idea*, Penguin Science, 1996.

[34] Kant, E., *Crítica de la razón pura*, Alfaguara, Madrid, 1998.

[35] Quine, Willard Van Orman, *Desde un punto de vista lógico*, Paidós, Barcelona, 2002.

[36] Moulines, Ulises, *Exploraciones Metacientíficas. Estructura, desarrollo y contenido de las ciencias*, Alianza Universidad, Madrid, 1982.

[37] Lewis, C.I., «The Pragmatic Conception of the A Priori», *The Journal of Philosophy*, 20 (7), 169-177, 1923.

[38] Damasio, Antonio, *Looking for Spinoza: Joy, Sorrow & Feeling Brain*, Harcourt, 2003.

[39] Wagensberg, J., *El progreso: ¿un concepto acabado o emergente?*, Tusquets Editores, Barcelona, 1998, Metatemas 52.

[40] Wagensberg, J., «Complexity versus Uncertainty and the question of staying alive», *Biology and Philosophy*, 2000.

[41] Dennett D.C., *Freedom evolves*, Viking Press, 2003.

[42] *Altenberg Workshops on Theoretical Biology*, The Konrad Lorenz Institute Research, Altenberg, octubre de 1999.

[43] Wagensberg, J., *Patterns in Nonequilibrium Organization*, en *Selforganization and Dissipative Structures*, The University of Texas Press 14 (239), 1982.

[44] Margulis, L. y D. Sagan, *Microcosmos*. Tusquets Editores, Barcelona, 1995, Metatemas 39.

[45] Gott, R. *Los viajes en el tiempo y el universo de Einstein*, Tusquets Editores, Barcelona, 2003, Metatemas 79.

[46] Rubia, F.J., *La conexión divina: la experiencia mística y neurológica*. Crítica, Madrid, 2003.

[47] Wier, A., M. Dolan, D. Grimaldi, R. Guerrero, J. Wagensberg y L. Margulis, «Spirochete and protist symbionts of a termite (Masto-

termes electrodominicus) in Miocene amber», *PNAS*, 99 (3), 1410 - 1413, 2002.

[48] *Cosmos. Del romanticismo a la vanguardia, 1801-2001*. (Textos de Jean Clair, Stéphane Deligeorges, Günter Metken, Mayo Graham, Mary Warner Marien, François Brunet, Eleanor Jones Harvey, Rosalind Pepall, Cristopher Phillips, Barbara Larson, Giovanni Lista, Igor A. Kazus, Constance Naubert-Riser y Didier Ottinger.) Centro de Cultura Contemporánea de Barcelona e Instituto de Ediciones de la Diputación de Barcelona, 1999.

[49] Getling, A.V., *Rayleigh Bénard Convection: Structures and Dynamics*, World Scientific, 1998.

[50] Jagla, E.A. y G. Rojo, «Sequential fragmentation: The origin of columnar quasihexagonal pattern», *Physical Review E*, 65, 2623, 2002.

[51] Binney, J. y S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press, 1987.

[52] Zhabotinsky, A.M., *Self-oscillating Concentrations*, Nauka, Moscú, 1974.

[53] Vogel, S., *Ancas y palancas, mecánica natural y mecánica humana*, Tusquets Editores, Barcelona, 2000, Metatemas 63.

[54] Sabater Pi, J., «An elementary industry of the chimpanzees in the Okorobiko mountains of Rio Muni», *Primates*, 15 (4) págs. 351-364, 1974.

[55] Glansdorff, P. e Ilya Prigogine, *Structure, stabilité et fluctuations*, Masson, 1971.

[56] Goldbeter, A. y R. Lefever, *Biophys*, J. 12, 1302.

[57] Boiteux, A. y B. Hess, «Oscillations un glycolysis, cellular respiration and communication», en *Faraday Symposium* (1974).

[58] Wagensberg, J., «Antoni Gaudí, la nature et les formes», *La Revue*, Musée des arts et métiers, 35, 4-15, junio de 2002.

[59] Serrallonga i Gash, *Geometria i mecànica en els models de Gaudí*, tesis doctoral, Escola d'Arquitectura, Sant Cugat del Vallès, 2003.

[60] Mandelbrot, B., *Los objetos fractales*, Tusquets Editores, Barcelona, 2000, Metatemas 13.

[61] Mandelbrot, B., *La geometría fractal de la naturaleza*, Tusquets Editores, Barcelona, 1998, Metatemas 49.

[62] Peitgen, H.-O., J. Hartmut y D. Saupe, *Chaos and Fractals, New Frontiers of Science*, Springer-Verlag, 1992.

[63] Peitgen, H.-O., y D. Saupe (eds.), *The Science of Fractal Images*, Springer-Verlag, 1988.

[64] Kaandorp, J.A., *Fractal Modelling, Growth and Form in Biology*, Springer-Verlag, 1994.

[65] Feder, J. y A. Aharony (eds.), *Fractals in Physics*, North-Holland, 1990.

[66] Fleishmann, M., D.J. Tildesley y R.C. Ball (eds.), *Fractals in the Natural Sciences*, Princeton University Press, 1989.

[67] Lauwerier, H., *Les géométries fractales*, Hermes, 1984.

[68] Gouyet, J.F., *Fractals*, Princeton University Press, 1991.

[69] Barnsley, M., *Fractals Everywhere*, Academic Press, 1988.

[70] Kepler, Johannes, *The Six-Cornered Snowflake (De Nive Sexangula)*, Oxford University Press, Oxford, 1976.

[71] Stewart, Ian, *El segundo secreto de la vida*, Crítica, Barcelona, 1999.

[72] Wagensberg, J. y R. Pastor, «Entropy of Form and Hierarchic Organization». C.R. Smith et al (eds.), en *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, Seattle, 1991, 141-151, Luwer Academic Publishers, 19.

[73] Jaynes, E., «Information theory and statistical mechanics», *Physical Review*, 108, págs. 171-190, 1957.

[74] Pastor Satorras, R. y J. Wagensberg, «Branch distribution in diffusion-limited aggregation: a maximum entropy approach», *Physica A* 224 (463-479), 1996.

[75] Pastor Satorras, R. y J. Wagensberg, «The maximum entropy principle and the nature of fractals», *Physica A* 251 (291-302), 1998.

[76] Schmidt-Nielsen, K., *Scaling: Why is Animal Size so Important?*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

[77] West, G.B., J.H. Brown y B.J. Enquist, «A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology», *Science*, 276, 122, 1997.

[78] Wagensberg, J., *Ideas sobre la complejidad del mundo*, Tusquets Editores, Barcelona, 1985, Metatemas 9.

[79] Le Tensorer, J.-M., «Les prémices de la créativité artistique chez Homo erectus», *Mille Fiori. Festschrift für Ludwig Berger. Forschungen in Augst*, 25, (327-335), 1998.

[80] Bernadac, M.-L., B. Léal, M.T. Ocaña (comps.), *Picasso, toros y toreros*, Ajuntament de Barcelona & Electa, Barcelona, 1993.

[81] Giralt-Miracle, D. y Casanova (eds.), *Gaudí 2002, Miscel·lània*, Planeta, Barcelona, 2002.

Índice onomástico

- Albertelli, 177
Allen, Charles, 129
Aristóteles, 177
Arquímedes, 168
Arsuaga, Juan Luis, 282, 285
Ayer, A.J., 253
- Bach, Juan Sebastián, 272, 278
Banchoff, Thomas, 295-296
Beatles (los), 272
Beethoven, Ludwig van, 272, 279
Beiva, Lluís, 182 (pie de ilustración)
Bermúdez de Castro, José María, 285
Bernard, Henri, 184
Boltzman, Ludwig, 37, 43, 64, 259
Borges, Jorge Luis, 37, 176
Bou, Pep, 178, 182 (pie de ilustración)
Brandao, Beto, 138
Brown, James H., 268
Bruno, Giordano, 177
Brunschvicg, Léon, 177
- Cage, John, 272
Calogero, 177
Carbonell, Eudald, 285
Chauí, Marilena, 57
Copérmico, Nicolás, 129, 258, 292
Corberó, Xavier, 228 (pie de ilustración), 229
Crespo, Hernán, 123, 216
Crick, Francis, 216
- D'Alambert, 265 (pie de ilustración)
- Dalí, Salvador, 178, 179-181 (pie de ilustración), 272, 273 (pie de ilustración), 274, 275 (pie de ilustración), 295-296
Damasio, Antonio, 91
Darwin, Charles, 37, 68, 76, 80, 82, 130
Dawkins, Richard, 76-79, 142
Day, John, 257
Demócrito, 257
Dennet, Daniel, 82
Descartes, René, 82
Diderot, Denis, 265 (pie de ilustración)
Dostoievsky, Fiódor, 37
- Einstein, Albert, 32-33, 36-37, 43, 45, 130, 292
Eleazar, Abraham, 299, 301 (pie de ilustración)
Empédocles de Agrigento, 177
Enquist, Brian J., 268
Escher, Maurits Cornelius, 178, 272
Feynman, Richard, 29-30, 32, 35, 84, 140, 233
Fourier, Charles, 146
Fry Richardson, Lewis, 251-252
- Galileo Galilei, 241, 292
Gaudí, Antoni, 178, 193-194, 206, 216, 218, 237, 242, 244-246, 247 (pie de ilustración), 271, 297, 299, 302-307 (pie de ilustración), 307
Gigon, Olof, 176
Goodwin, Brian, 69, 142-143
Gott, J. Richard, 128-129
Gould, Stephen Jay, 77, 118-119

Haeckel, Ernst, 124
 Hamilton, William, 76
 Hockney, David, 186
 Hopper, Edward, 272

Jaqués, Jordi, 123 (pie de ilustración), 124, 133
 Jaynes, E.T., 259
 Jenófanos de Colofón, 176

Kant, Emmanuel, 68, 82, 90-91
 Kauffman, Stuart, 69
 Kepler, Johannes, 254-255, 257-258, 292
 Kleiber, Max, 267
 Koch, 258-259

Laplace, Pierre-Simon, 39
 Leibniz, Gottfried, 82
 Leichtenshneider, Ernesto, 176
 Linneo, Carlos, 23
 Lins, Henrique, 51, 53, 235
 Lull, Ramon, 295
 Lucrecio, 177
 Lumley, Henry de, 282, 284

Mandelbrot, Benoît, 251-252, 258, 268, 271, 273 y (pie de ilustración), 307
 Margalef, Ramón, 143
 Margulis Lynn, 122, 164, 167
 Marx, Karl, 130
 Maxwell, 32
 Mayr, Ernst, 82
 Mendeleiev, 23
 Mies van der Rohe, 271, 307
 Miralles, Enric, 193 (pie de ilustración), 194
 Moisés, 130
 Mondolfo, Rodolfo, 177
 Muixart, Jaume, 178

Newton, Isaac, 27, 32, 39, 43-45, 91, 143, 241-242, 255, 258, 292

Parménides, 177
 Pascal, Blaise, 176, 177
 Pastor-Satorras, Romualdo, 260
 Picasso, Pablo, 147, 291-292, (293 pie de ilustración), 297
 Pitágoras, 92, 287
 Platón, 176
 Poincaré, Henri, 33
 Popper, Karl, 91
 Prigogine, Ilya, 33, 44-45

Quevedo, Francisco de, 103

Ramón y Cajal, Santiago, 270
 Rayleigh, Lord, 185
 Romano da Silva, Patricia, 138
 Rubia, Francisco J., 147
 Ruse, Michel, 82

Sabater Pi, Jordi, 216
 Sampedro, Javier, 68
 Satie, Erik, 272
 Schrödinger, Erwin, 27, 32, 45
 Serrallonga, Jaume, 244
 Shakespeare, William, 73
 Shannon, C.E., 63, 69, 259
 Solé, Andreu, 199
 Spinoza, Baruj, 36-37, 80, 82-85, 88-92
 Stewart, Ian, 257
 Stockhausen, Karlheinz, 272

Tagliabue, Benedetta, 193 (pie de ilustración), 194
 Thomson, Benjamín, 184
 Thomson, D'Arcy, 16, 124
 Toth, Fejes, 257
 Tourneur, 177

Watson, James, 216
 West, Geoffrey, 268
 Williams, George, 76



Libros de Jorge Wagensberg
en Tusquets Editores

METATEMAS

Ideas sobre la complejidad del mundo

El progreso

Ideas para la imaginación impura

Si la naturaleza es la respuesta,
¿cuál era la pregunta?

L'ULL DE VIDRE

Si la natura és la resposta,
¿quina era la pregunta?

FÁBULA

Ideas sobre la complejidad del mundo

Últimos títulos

45. ¿Qué es la vida?
Lynn Margulis y Dorion Sagan
46. Razón y placer
Jean-Pierre Changeux
47. Cuestiones vitales
Entre el saber y la opinión
Henri Atlan y C. Bousquet
48. La naturaleza y los griegos
Erwin Schrödinger
49. La geometría fractal de la naturaleza
Benoît Mandelbrot
50. La sexta extinción
El futuro de la vida y de la humanidad
Richard Leakey y Roger Lewin
51. Las manchas del leopardo
La evolución de la complejidad
Brian Goodwin
52. El progreso
¿Un concepto acabado o emergente?
Edición de Jorge Wagensberg y Jordi Agustí
53. Escalando el monte Improbable
Richard Dawkins

54. Ideas para la imaginación impura
53 reflexiones en su propia sustancia
Jorge Wagensberg
55. ¿Qué es el sexo?
Lynn Margulis y Dorion Sagan
56. La conferencia perdida de Feynman
El movimiento de los planetas alrededor del Sol
Edición de David L. y Judith Goodstein
57. Antes del principio
El cosmos y otros universos
Martin Rees
58. La biología del futuro
¿Qué es la vida? cincuenta años después
Edición de M.P. Murphy y L.A.J. O'Neill
59. La lógica de lo viviente
Una historia de la herencia
François Jacob
60. Érase una vez un número
La lógica matemática de las historias
John Allen Paulos
61. Destejiendo el arco iris
Ciencia, ilusión y el deseo de asombro
Richard Dawkins
62. Antes de Lucy
El agujero negro de la evolución humana
Edición de Jordi Agustí
63. Ancas y palancas
Mecánica natural y mecánica humana
Steven Vogel
64. El fin del envejecimiento humano
Ciencia y longevidad
Tom Kirkwood
65. El carácter de la ley física
Richard Feynman
66. La vida en la cuerda floja
Niles Eldredge
67. Ocho hitos en la evolución
Del origen de la vida a la aparición del lenguaje
John Maynard Smith
68. Evolución
Sociedad, ciencia y universo
Edición de Andrew C. Fabian
69. El misterio de los misterios
¿Es la evolución una construcción social?
Michael Ruse
70. Conceptos contrarios
o El oficio de científico
Jean-Marc Lévy-Leblond
71. La disolución de la mente
Una hipótesis sobre cómo siente,
piensa y se comunica el cerebro
Óscar Vilarroya
72. Emoción y conocimiento
La evolución del cerebro y la inteligencia
Edición de Ignacio Morgado Bernal
73. La mano
De cómo su uso configura el cerebro,
el lenguaje y la cultura humana
Frank R. Wilson

74. Peces luminosos
Historias de amor y ciencia
Lynn Margulis
75. Si la naturaleza es la respuesta, ¿cuál era la pregunta?
y otros quinientos pensamientos sobre la incertidumbre
Jorge Wagensberg
76. Investigaciones
Stuart Kauffman
77. Fósiles, genes y teorías
Diccionario heterodoxo de la evolución
Jordi Agustí
78. Matemáticas y juegos de azar
Jugar con la probabilidad
John Haigh
79. Los viajes en el tiempo
y el universo de Einstein
J. Richard Gott
80. ¿Eureka?
El trasfondo de un descubrimiento sobre el cáncer
y la genética molecular
David Casacuberta y Anna Estany
81. Fórmulas elegantes
Grandes ecuaciones de la ciencia
Graham Farmelo
82. La estructura de la teoría de la evolución
Stephen Jay Gould
83. Un matemático invierte en Bolsa
John Allen Paulos
84. La rebelión de las formas
O cómo perseverar cuando la incertidumbre aprieta
Jorge Wagensberg